

Prosta dwupunktowa metoda wyznaczania parametrów dynamicznych rozszerzonego modelu Strejca

Robert Bieda

Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, Katedra Automatyki i Robotyki, ul. Akademicka 2A, 44-100 Gliwice

Streszczenie: W artykule przedstawiono metodę identyfikacji parametrów rozszerzonego modelu Strejca. Proponowane rozwiązanie umożliwia określenie optymalnego rzędu modelu oraz jego parametrów: wzmocnienia statycznego, stałej czasowej i czasu opóźnienia, wykorzystując mechanizm punktów charakterystycznych odpowiedzi skokowej. Zdefiniowano punkty charakterystyczne, które są niezależne od rzędu identyfikowanego modelu. Dzięki temu procesowi proponowane rozwiązanie zachowuje prostotę działania porównywalną z klasycznymi metodami dwupunktowymi, umożliwiając jednocześnie uzyskanie wyników na poziomie zaawansowanych metod analizy charakterystyki czasowej układu dynamicznego. Zaproponowaną metodę skonfrontowano symulacyjnie ze znanymi algorytmami identyfikacji parametrów dynamik inercyjnych z czasem opóźnienia.

Słowa kluczowe: obiekty wieloinercyjne, model Strejca, uproszczone modele dynamiczne, modelowanie układów dynamicznych, identyfikacja układów dynamicznych

1. Wprowadzenie

Często pełne transmitancje obiektów dynamicznych mają skomplikowaną postać i zawierają wiele parametrów. Niejednokrotnie są to modele wyższego rzędu, a więc niezbyt wygodne w procesie syntezy czy analizy układu regulacji. Na ogół pożądanym jest, aby model obiektu był względnie prosty. Dlatego też w literaturze można znaleźć mnóstwo różnych metod związanych z redukcją skomplikowanych modeli operatorowych [1–3], czy związanych z identyfikacją parametrów modeli dla procesów dynamicznych o nieznanym modelu operatorowym. Do tej drugiej grupy należy jeden z najpopularniejszych, zaprezentowany przez Zieglera oraz Nicholasa już w 1942 r. [4], mechanizm wyznaczania zastępczej operatorowej funkcji przejścia procesu dynamicznego, bazujący na analizie odpowiedzi skokowej $h(t)$ nieznanego układu dynamicznego. W przypadku różnych klas procesów dynamicznych podstawową są dynamiki klasy aperiodycznej. W przypadku metody Zieglera-Nicholasa (Z-N) [4], jest to często stosowany model dynamiki inercyjnej pierwszego rzędu z czasem opóźnienia:

$$K_{m1}(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-sT_o}. \quad (1)$$

Autor korespondujący:

Robert Bieda, robert.bieda@polsl.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 08.07.2025 r., przyjęty do druku 06.10.2025 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Int.

W metodzie tej parametry modelu (1), wzmocnienie statyczne k , stała czasowa T oraz czas opóźnienia T_o , wyznaczone są z wielkości charakterystycznych dla odpowiedzi skokowej $h(t)$ procesu opisanych przez punkt przegięcia oraz styczną do przebiegu $h(t)$ w tym punkcie. W praktycznych zastosowaniach wyznaczenie punktu przegięcia oraz stycznej zarejestrowanej odpowiedzi skokowej $h(t)$ generalnie może być zadaniem bardzo trudnym. Dlatego też dla takiego rodzaju modelu zastępczego powstało wiele prostszych metod bazujących na analizie odpowiedzi $h(t)$ w pewnych, odpowiednio wybranych, punktach charakterystycznych, dla których zachodzi $h(t_a) = 0,01\alpha\Delta_h$, gdzie Δ_h oznacza zmianę wartości sygnału wyjściowego procesu w reakcji na skokową zmianę wartości wejściowej. Przykładowo Cohen i Coon w 1953 r. [5, 6] zaproponowali metodę identyfikacji parametrów modelu (1) bazującą na analizie odpowiedzi skokowej dynamiki aperiodycznej w punktach $h(t_{50}) = 0,5\Delta_h$, $h(t_{63}) = 0,632\Delta_h$. Podobnie w [6, 7] (1969) zaproponowano metodę bazującą na analizie odpowiedzi skokowej dynamiki aperiodycznej w punktach $h(t_{28}) = 0,28\Delta_h$, $h(t_{40}) = 0,4\Delta_h$. Także zaprezentowana w [8] (rozdział 4.2) metoda może być swoistego rodzaju wypadkowym reprezentantem metod „dwupunktowych” dla modelu (1), która bazuje na analizie $h(t)$ w punktach $h(t_{28}) = 0,283\Delta_h$, $h(t_{63}) = 0,632\Delta_h$.

Z perspektywy opisu procesów dynamicznych model inercyjny pierwszego rzędu z opóźnieniem (1) często okazuje się niewystarczający. Między innymi z tego powodu, innym spotykanym w literaturze jest wieloinercyjny model Strejca, który w najprostszej postaci opisany jest transmitancją [1, 6, 9–13]:

$$K_{m2}(s) = \frac{k}{(T_n s + 1)^n}. \quad (2)$$

Model ten charakteryzowany jest za pomocą trzech parametrów: rzędu modelu n , wzmocnienia statycznego k oraz stałej czasowej T_o .

Klasyczną metodą określania parametrów tego modelu, oraz modelu w wersji rozszerzonej (z dodatkowym czasem opóźnienia T_o), jest zaprezentowana w 1959 r. metoda Strejca [9]. Bazuje ona, podobnie jak algorytmy wcześniejsze, na analizie odpowiedzi skokowej procesu dynamicznego w punkcie przełączenia. Z perspektywy działania, dla wariantu pierwszego rzędu ($n = 1$), uzyskane metodą Strejca wyniki praktycznie są takie same, jak metody Zieglera-Nicholsa. Można zatem powiedzieć, że metoda Strejca [9] jest swoistego rodzaju rozszerzeniem algorytmu Zieglera-Nicholsa [4], zwłaszcza w wariancie modelu rozszerzonego [1, 6, 10, 14, 15]:

$$K_{m3}(s) = \frac{k}{(T_n s + 1)^n} e^{-sT_o} = \frac{k}{\left(\frac{T^*}{n} s + 1\right)^n} e^{-sT_o}, \quad (3)$$

w którym dodatkowym (czwartym) parametrem, względem modelu (2), jest czas opóźnienia T_o .

W ramach tej klasy modeli można znaleźć również podejście bazujące na algorytmach dwupunktowych. W 2017 r. Byrski [6] zaproponował rozszerzenie metod „dwupunktowych” na wariant modelu Strejca z opóźnieniem. Podobnie liczne prace Żuchowskiego [10–12, 14], pokazują różne warianty identyfikacji parametrów modelu (3).

Wśród metod identyfikacji parametrów modeli o aperiodycznej charakterystyce odpowiedzi skokowej $h(t)$ spotkać można również propozycje metod bazujących na przekształceniach algebraicznych modeli wyższego rzędu. Przykładowo Kurek [16] czy Żuchowski [17] w 2010 r. zaprezentowali metody, w których dokonując analizy i przekształceń algebraicznych parametrów modelu wyższego rzędu, uzyskali modele zastępcze o dynamikach przytoczonych wcześniej.

2. Proponowana metoda identyfikacji parametrów rozszerzonego modelu Strejca

Prezentowane podejście bazuje na koncepcji algorytmów „dwupunktowych”, których prostota działania umożliwia identyfikację parametrów modelu (1). Jednocześnie stanowi swoistego rodzaju rozszerzenie podejścia prezentowanego w [8] (rozdział 4.2), które umożliwia uwzględnienie modelu o bardziej złożonej postaci typu rozszerzonego modelu Strejca (3). Inaczej jednak niż w [6] proponowane podejście zachowuje prostotę i schematyczność obliczeń metod prostych (dwupunktowych), bez potrzeby analizowania punktów charakterystycznych zależności od wybranego rzędu modelu n .

W proponowanym algorytmie estymacji nieznanego modelu dynamicznego o charakterze aperiodycznym rozważany zatem będzie „rozszerzony” model Strejca opisany następującą operatorową funkcją przejścia (podobnej postaci jak (3)):

$$K_m(s) = \frac{k}{(Ts + 1)^n} e^{-sT_o}. \quad (4)$$

Rozpatrując reakcję modelu $K_m(s)$ na skokową zmianę wartości wejściowej $u(t) = 1(t)$ można pokazać, że odpowiedź skokowa przyjmuje postać:

$$h_m(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k e^{-sT_o}}{s(Ts + 1)^n} \right\} = k \left(1 - e^{-\frac{t-T_o}{T}} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{t-T_o}{T} \right)^i \right). \quad (5)$$

Pierwszy z parametrów modelu (4), opisujący wzmocnienie statyczne można określić z wykorzystaniem zależności:

$$k = \lim_{t \rightarrow \infty} h_m(t) = h_m(\infty). \quad (6)$$

W kolejnym etapie, według schematu działania zbliżonego do [6], czasowa charakterystyka skokowa $h_m(t)$ poddana zostaje unormowaniu zgodnie z zależnością:

$$\tilde{h}_m(t) = h_m(t) / k. \quad (7)$$

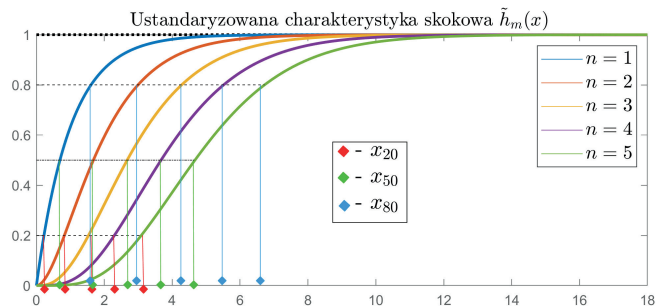
W prowadząc dodatkową standaryzację względem czasu:

$$x = \frac{t - T_o}{T}, \quad (8)$$

można krzywą charakterystyki odpowiedzi skokowej modelu (4) zapisać w postaci ustandaryzowanej:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{x^i}{i!}. \quad (9)$$

Przebieg ustandaryzowanych krzywych odpowiedzi skokowej modelu (4) pokazane zostały na rys. 1.



Rys. 1. Przebieg ustandaryzowanej krzywej odpowiedzi skokowej dynamiki inercyjnej n -tego rzędu z zaznaczonymi punktami charakterystycznymi $\{x_{20}; x_{50}; x_{80}\}$

Fig. 1. The profile of the standardized step response curve of an n -th order inertial dynamic system with marked characteristic points $\{x_{20}; x_{50}; x_{80}\}$

W celu określenia nieznanymi parametrów modelu (4) na charakterystyce odpowiedzi skokowej $h_m(t)$ (5) wybrane zostały dwa (lub trzy w przypadku automatycznego określenia rzędu modelu n) punkty $(t_\alpha, h_m(t_\alpha))$, gdzie α określa zmianę sygnału odpowiedzi skokowej w przedziale od zera do $\alpha\%$ całego zakresu zmiany wyjścia modelu. W ogólności punkty te spełniają poniższą zależność:

$$t_\alpha > 0: \quad h_m(t_\alpha) = \frac{\alpha}{100} k. \quad (10)$$

Natomiast związek chwil czasowych t_α z ustandaryzowanym parametrem x (8) opisany jest zależnością:

$$t_\alpha : x_\alpha = \frac{t_\alpha - T_o}{T}. \quad (11)$$

W rezultacie, dla danego α , wartości parametrów x_α można wyznaczyć rozwiązując równanie:

$$e^{-x_\alpha} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{x_\alpha^i}{i!} = 1 - \frac{\alpha}{100}. \quad (12)$$

Dla $\alpha \in (0, 100)$ wartości te jednoznacznie charakteryzują krzywe odpowiedzi skokowej modelu. W prezentowanym rozwiązaniu wybrane wartości α tworzą zbiór $\alpha \in \{20; 50; 80\}$. Rozkład punktów charakterystycznych na krzywej ustandaryzowanej $\tilde{h}_m(x)$ zaznaczono na rys. 1.

Dla wyznaczenia czasowych parametrów modelu (4) wykorzystano mechanizm zbliżony do metod bazujących na dwóch punktach [5, 7, 8]. Skrajne wartości wybranego zbioru α definiują parę punktów, które w oparciu o (11) pozwalają zdefiniować następujący układ równań:

$$\begin{cases} x_{20} = \frac{t_{20} - T_o}{T} \\ x_{80} = \frac{t_{80} - T_o}{T} \end{cases}, \quad (13)$$

którego rozwiązanie umożliwia jednoznaczne określenie parametrów czasowych modelu:

$$T = \frac{t_{80} - t_{20}}{x_{80} - x_{20}}, \quad (14)$$

$$T_o = t_{80} - x_{80}T = t_{20} - x_{20}T. \quad (15)$$

Jednocześnie, wykorzystując dodatkową wartość parametru x_{50} , można określić współczynnik „prędkości zmiany” krzywej odpowiedzi skokowej modelu:

$$\Delta_n = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} = \frac{t_{80} - t_{50}}{t_{50} - t_{20}}. \quad (16)$$

Wartość tego współczynnika zależna jest jedynie od rzędu modelu (4). Umożliwia zatem identyfikację wartości rzędu n modelu gwarantującego najlepsze „dopasowanie” odpowiedzi dynamiki zastępczego modelu operatorowego (4) do zarejestrowanej odpowiedzi nieznanego procesu.

Poniżej zaprezentowane zostały obliczenia parametrów charakterystycznych modelu (4) dla kilku pierwszych rzędów n . Z perspektywy proponowanej metody wartości tych parametrów wyznaczane są tylko raz. Wykorzystanie uzyskanych wartości charakterystycznych umożliwia bowiem określenie parametrów modelu $K_m(s)$.

2.1. Parametry charakterystyczne dla modelu $n = 1$ rzędu

Dla modelu operatorowego pierwszego rzędu ustandaryzowana postać reakcji skokowej modelu opisana jest zależnością:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x}. \quad (17)$$

Wartości parametrów charakterystycznych, dla wybranych wartości α , można wyznaczyć z równania:

$$e^{-x_\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{100} \rightarrow x_\alpha \approx \begin{cases} 0,2231435 : & \alpha = 20 \\ 0,6931472 : & \alpha = 50 \\ 1,6094379 : & \alpha = 80 \end{cases}. \quad (18)$$

Natomiast współczynnik charakteryzujący rząd modelu, zgodnie z (16), przyjmuje wartość:

$$\Delta_1 = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} \approx 1,9495397. \quad (19)$$

2.2. Parametry charakterystyczne dla modelu $n = 2$ rzędu

W przypadku modelu rzędu drugiego ustandaryzowana postać odpowiedzi $\tilde{h}(x)$ opisana jest funkcją:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x}(1 + x). \quad (20)$$

Wartości parametrów charakterystycznych można zatem wyznaczyć rozwiązując poniższe równanie:

$$e^{-x_\alpha}(1 + x_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{100} \rightarrow x_\alpha \approx \begin{cases} 0,8243883 : & \alpha = 20 \\ 1,6783470 : & \alpha = 50 \\ 2,9943083 : & \alpha = 80 \end{cases}. \quad (21)$$

Współczynnik Δ_n charakteryzujący rząd modelu przyjmuje wartość:

$$\Delta_2 = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} \approx 1,5410129. \quad (22)$$

2.3. Parametry charakterystyczne dla modelu $n = 3$ rzędu

Dla modelu trzeciego rzędu funkcja $\tilde{h}(x)$ przyjmuje postać:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x} \left(1 + x + \frac{x^2}{2} \right). \quad (23)$$

Wartości parametrów x_α można wyznaczyć rozwiązując, dla danych α , równanie:

$$e^{-x_\alpha} \left(1 + x_\alpha + \frac{x_\alpha^2}{2} \right) = 1 - \frac{\alpha}{100} \rightarrow x_\alpha \approx \begin{cases} 1,5350442 : & \alpha = 20 \\ 2,6740603 : & \alpha = 50 \\ 4,2790299 : & \alpha = 80 \end{cases}. \quad (24)$$

Współczynnik Δ_n charakteryzujący rząd modelu przyjmuje wartość:

$$\Delta_3 = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} \approx 1,4090841. \quad (25)$$

2.4. Parametry charakterystyczne dla modelu $n = 4$ rzędu

W przypadku modelu rzędu czwartego ustandaryzowana odpowiedź skokowa $\tilde{h}(x)$ opisana jest funkcją:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x} \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right). \quad (26)$$

Wartości parametrów charakterystycznych tego modelu można wyznaczyć rozwiązując poniższe równanie:

$$e^{-x_\alpha} \left(1 + x_\alpha + \frac{x_\alpha^2}{2} + \frac{x_\alpha^3}{6} \right) = 1 - \frac{\alpha}{100} \rightarrow x_\alpha \approx \begin{cases} 2,2967868 : & \alpha = 20 \\ 3,6720607 : & \alpha = 50 \\ 5,5150457 : & \alpha = 80 \end{cases} \quad (27)$$

Natomiast współczynnik charakteryzujący rząd modelu przyjmuje wartość:

$$\Delta_4 = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} \approx 1,3400857. \quad (28)$$

2.5. Parametry charakterystyczne dla modelu $n = 5$ rzędu

Dla modelu piątego rzędu ustandaryzowana funkcja $\tilde{h}(x)$ przyjmuje postać:

$$\tilde{h}_m(x) = 1 - e^{-x} \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} \right). \quad (29)$$

Parametry x_α , dla danych α , można wyznaczyć rozwiązując równanie:

$$e^{-x_\alpha} \left(1 + x_\alpha + \frac{x_\alpha^2}{2} + \frac{x_\alpha^3}{6} + \frac{x_\alpha^4}{24} \right) = 1 - \frac{\alpha}{100} \rightarrow x_\alpha \approx \begin{cases} 3,0895396 : & \alpha = 20 \\ 4,6709089 : & \alpha = 50 \\ 6,7209788 : & \alpha = 80 \end{cases} \quad (30)$$

W rezultacie współczynnik Δ_n charakteryzujący rząd modelu przyjmuje wartość:

$$\Delta_5 = \frac{x_{80} - x_{50}}{x_{50} - x_{20}} \approx 1,2963891. \quad (31)$$

W podobny sposób można wyznaczyć wartości powyższych parametrów charakterystycznych dla wyższych rzędów modelu (4).

W tabeli 1 zebrane zostały, obliczone wartości wielkości charakterystycznych $\{\Delta_n; x_{20}; x_{50}; x_{80}\}$, które wykorzystane w prostym (kilku krokowym) algorytmie pozwalają w sposób schematyczny wyznaczyć szukane wartości modelu (4).

Tabela 1. Wartości parametrów charakterystycznych krzywej $\tilde{h}(x)$ odpowiedzi skokowej modelu

Table 1. Values of the characteristic parameters of the model step response curve $\tilde{h}(x)$

n	1	2	3	4	5
Δ_n	1,949540	1,541013	1,409084	1,340086	1,296389
x_{20}	0,223143	0,824388	1,535044	2,296787	3,089540
x_{50}	0,693147	1,678347	2,674060	3,672061	4,670909
x_{80}	1,609438	2,994308	4,279030	5,515046	6,720979
Δx	1,386294	2,169920	2,743986	3,218259	3,631439

W efekcie przeprowadzonej analizy odpowiedzi skokowej modelu $K_m(s)$ (4) oraz wyznaczenia wielkości charakterystycznych (tab. 1) algorytm wyznaczania parametrów modelu zastępczego można przedstawić w czterech (opcjonalnie pięciu) krokach:

- **Krok 1** – dla zarejestrowanej odpowiedzi skokowej $h(t)$ nieznannej dynamiki określ wartość wzmocnienia k modelu oraz znormalizuj amplitudę zarejestrowanego przebiegu czasowego:

$$k = h(\infty) \approx h(t) \big|_{t \rightarrow \infty}, \quad (32)$$

$$\tilde{h}(t) = h(t) / k,$$

gdzie t_s oznacza czas regulacji/ustalania (ang. *settling time*) nieznanego układu dynamicznego.

- **Krok 2** – wyznacz wartości chwil czasowych t_α , dla których amplituda unormowanego przebiegu odpowiedzi skokowej $\tilde{h}(t)$ przyjmuje wartość $\alpha / 100$:

$$\begin{aligned} t_{20} : \tilde{h}(t_{20}) &= 0,2, \\ t_{50} : \tilde{h}(t_{50}) &= 0,5, \\ t_{80} : \tilde{h}(t_{80}) &= 0,8. \end{aligned} \quad (33)$$

- **Krok 3** (opcjonalny) – wykorzystując informację o wartościach wskaźnika Δ_n oraz wartości czasów t_{20} , t_{50} oraz t_{80} określ rząd modelu n zgodnie z zależnością:

$$n : \min_n \left| 1 - \frac{t_{80} - t_{50}}{(t_{50} - t_{20})\Delta_n} \right|. \quad (34)$$

- **Krok 4** – wykorzystując wartości współczynników x_{20} oraz x_{80} dla danego (lub opcjonalnie wyznaczonego) rzędu modelu n oblicz wartości parametrów czasowych modelu:

$$T = \frac{t_{80} - t_{20}}{x_{80}(n) - x_{20}(n)} = \frac{t_{80} - t_{20}}{\Delta x(n)}, \quad (35)$$

$$T_o = t_{80} - x_{80}(n)T = t_{20} - x_{20}(n)T. \quad (36)$$

- **Krok 5** – jeżeli $T_o < 0$, można skorygować wartość stałej czasowej modelu:

$$T = \frac{t_{50} - T_o}{x_{50}(n)}, \quad (37)$$

oraz przyjąć czas opóźnienia modelu $T_o = 0$.

3. Przykłady

Weryfikacja zaprezentowanej metody przeprowadzona została na przykładach dynamik zaczerpniętych z literatury [16, 17]. Jako obiektywny wskaźnik jakości uzyskanego rozwiązania (modelu zastępczego $K_m(s)$ nieznannej dynamiki procesu) wykorzystano poniższą definicję błędu *IAE* (ang. *Integrated Absolute Error*) między odpowiedzią skokową nieznanego procesu $h(t)$ oraz odpowiedzią otrzymanego modelu $h_m(t)$

$$IAE_z = \int_{t=0}^z |h(t) - h_m(t)| dt. \quad (38)$$

We wszystkich przedstawionych przykładach, dla wszystkich badanych metod, dla modelu (4) wartość wzmocnienia statycznego wyznaczona została w ten sam sposób: $k \approx h(\infty)$.

3.1. Przykład 1

Pierwszy przykład bazuje na analizie dynamiki procesu $K_1(s)$, zaczerpniętej z pracy Kurka [16], określonej transmitancją:

$$K_1(s) = \frac{1}{(10s+1)(5s+1)}. \quad (39)$$

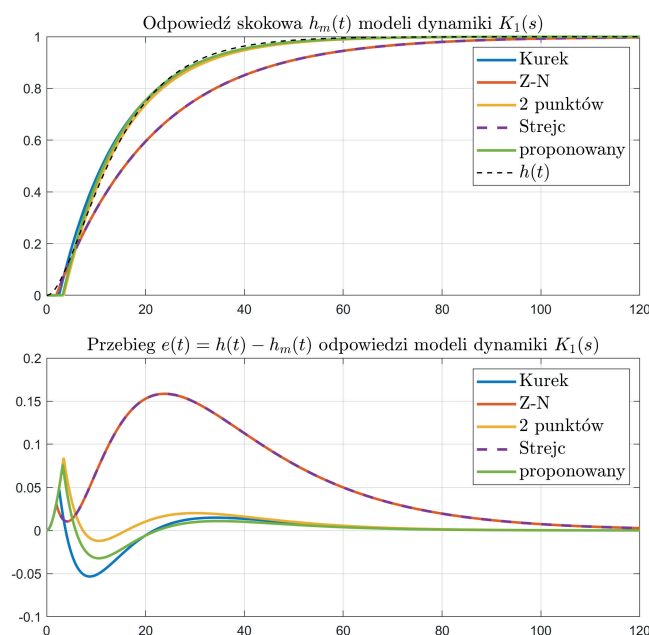
Autor pracy [16], wykorzystując przekształcenia algebraiczne, dla założonego modelu pierwszego rzędu $n = 1$ otrzymał wartości parametrów czasowych: $T = 12,5$ oraz $T_o = 2,5$. Uzyskany wynik został skonfrontowany z rezultatami działania metod bazujących na analizie odpowiedzi skokowej $h(t)$ procesu $K_1(s)$. Zweryfikowano wynik działania proponowanego podejścia, metody Zieglera-Nicholsa [4], metody „dwóch punktów” [8] oraz metody Strejca [9]. Ze względu na założony niski rząd modelu ($n = 1$) nie można było zweryfikować zmodyfikowaną metodę Strejca zaproponowaną przez Byrskiego w [6].

W sposób zwarty otrzymane dla poszczególnych metod wyniki (wartości parametrów czasowych modeli), wraz z wartościami błędu IAE_{120} (38) zebrane zostały w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości parametrów modelu $K_m(s)$ dla dynamiki $K_1(s)$ oraz wartości błędu IAE_z

Table 2. Parameter values of the model $K_m(s)$ for the dynamics $K_1(s)$ and the error values IAE_z

Metoda	n	T	T_o	IAE_{120}
Kurek [16]	1	12,5	2,5	1,0915
Z-N [4]	1	19,9999	1,93147	6,8938
2 punktów [8]	1	12,3925	3,43177	0,9602
Strejc [9]	1	19,9999	1,93147	6,8938
proponowana	1	11,9649	3,24038	0,8256
Strejc [9]	2	7,3583	0	0,4042
proponowana	*2	7,5412	0	0,3859



Rys. 2. Charakterystyki skokowe $h_m(t)$ oraz przebieg błędów $e(t)$ uzyskanych modeli pierwszego rzędu dla dynamiki $K_1(s)$ w przykładzie 1

Fig. 2. Step response characteristics $h_m(t)$ and the error $e(t)$ of the first-order models obtained for the dynamics $K_1(s)$ in Example 1

Wyniki uzyskane poszczególnymi metodami zobrazowane zostały także w postaci przebiegów czasowych odpowiedzi skokowej procesu oraz uzyskanych modeli (rys. 2). Dla uwypuklenia różnic między uzyskanymi rozwiązaniami pokazany został także przebieg sygnału błędów $e(t)$ między reakcją procesu i danego modelu.

Z analizy przedstawionych przebiegów (rys. 2) oraz wartości w tabeli 2 można zauważyć, że popularna metoda Zieglera-Nicholsa daje najgorsze wyniki. Jak to zostało zauważone już na wstępie, metoda Strejca dla modelu rozszerzonego o niskim rzędzie $n = 1$ daje wyniki identyczne z metodą Zieglera-Nicholsa. Natomiast metody dwupunktowe zarówno literaturowa, jak i proponowana wersja, pozwalają uzyskać wyniki lepsze niż rozwiązanie pokazane w [16]. Proponowany wariant metody modelu pierwszego rzędu daje najmniejszą wartość błędów IAE_{120} spośród uzyskanych rozwiązań. Uwzględniając opcjonalny Krok 3 proponowanej metody (zależność (34)), można pokazać, że optymalny/„sugerowany” model o dynamice (4) powinien być rzędu drugiego. W analizowanym eksperymencie zwiększenie rzędu modelu prowadzi do jeszcze lepszych wyników niż arbitralnie założony rząd pierwszy. Wyraźnie pokazuje to tabela 2, w której wartość IAE_{120} w ostatnim przypadku jest blisko dwa razy mniejsza od najmniejszej dla modelu rzędu pierwszego.

3.2. Przykład 2

Drugi przykład bazuje na analizie dynamiki procesu $K_2(s)$, ponownie zaczerpniętej z pracy Kurka [16], określonej operatorem funkcją przejścia:

$$K_2(s) = \frac{e^{-5s}}{(10s+1)(8s+1)(6s+1)(4s+1)(2s+1)}. \quad (40)$$

Dynamika ta jest znacznie wyższego rzędu niż w przykładzie 1, wcześniejszym oraz dodatkowo zawiera w sobie opóźnienie T_o .

Autor pracy [16], ponownie wykorzystując przekształcenia algebraiczne, dla założonego modelu pierwszego rzędu ($n = 1$) otrzymał wartości parametrów czasowych $T = 20$ oraz $T_o = 15$. Uzyskany wynik został skonfrontowany z rezultatami działania metod bazujących na analizie odpowiedzi skokowej $h(t)$ procesu $K_2(s)$. Zweryfikowano działanie proponowanego podejścia, metody Zieglera-Nicholsa [4], metody „dwóch punktów” [8] oraz metody Strejca [9]. Druga część eksperymentu umożliwiła ocenę działania poszczególnych metod w przypadku założenia wyższego rzędu modelu ($n \geq 2$). W tym wariantcie zweryfikowano metodę Strejca [9], jej zmodyfikowany wariant pokazany przez Byrskiego w [6] oraz proponowany mechanizm metody dwupunktowej.

Wyznaczone dla poszczególnych metod wartości parametrów czasowych modeli, wraz z wartościami błędów (38) zebrane zostały w pierwszej części tabeli 3. Podobnie jak w przykładzie 1 widać, że model uzyskany metodą Zieglera-Nicholsa oraz metodą Strejca pokrywają się. Natomiast najlepsze wyniki (najmniejsze wartości błędów IAE_{190}) uzyskano dla metod dwupunktowych w tym najlepszy wynik uzyskano proponowaną metodą.

Wyniki uzyskane poszczególnymi metodami, dla modelu pierwszego rzędu, zobrazowane zostały również w postaci przebiegów czasowych odpowiedzi skokowych procesu oraz uzyskanych modeli (rys. 3). Dla uwypuklenia różnic pomiędzy uzyskanymi rozwiązaniami pokazany został także przebieg sygnału błędów $e(t)$ między reakcją procesu i danego modelu.

W drugiej części tabeli 3 przedstawiono wyniki identyfikacji parametrów modelu (4) przy założeniu wyższego rzędu modelu ($n \geq 2$). W tej części eksperymentu porównano wyniki otrzymane dla metody Strejca [9], metody Byrskiego [6] oraz proponowanego rozwiązania. Zweryfikowano kilka pierwszych wartości rzędu modelu $K_m(s)$. Pogrubioną czcionką zaznaczono najmniejsze wartości błędów IAE_{190} dla danej metody. Z analizy tej wynika, że w skali porównywanych rzędów modeli dla procesu $K_2(s)$

Tabela 3. Wartości parametrów modelu $K_m(s)$ dla dynamiki $K_2(s)$ oraz wartości błędu IAE_z
Table 3. Parameter values of the model $K_m(s)$ for the dynamics $K_2(s)$ and the error values IAE_z

Metoda	n	T	T_0	IAE_{190}
Kurek [16]	1	20	15	3,8907
Z-N [4]	1	32,0949	16,2365	13,1875
2 punktów [8]	1	18,0721	19,3053	2,6627
Strejc [9]	1	32,0949	16,2365	13,1875
proponowana	1	16,9711	18,6964	2,2944
proponowana	2	10,8423	13,5451	0,7891
	3	8,5740	9,3219	0,1817
	*4	7,3104	5,6928	0,1727
	5	6,4787	2,4673	0,4050
Byrski [6]	2	10,4068	14,2585	0,7722
	3	8,4521	9,7533	0,1744
	4	7,3970	5,3204	0,1958
	5	6,6513	1,5701	0,4374
Strejc [9]	2	11,8083	12,8986	1,5155
	3	8,6860	9,2398	0,2981
	4	7,1913	5,9982	0,2421
	5	6,2698	3,0776	0,5746
	*6	5,6317	0,4137	0,7974

najlepsze przybliżenie udało się uzyskać z wykorzystaniem proponowanej metody dla modelu $n = 4$ rzędu.

Dodatkowo dla proponowanego algorytmu oraz metody Strejca zaznaczono wartości rzędu n modelu „sugerowane” przez algorytm (wartości oznaczone symbolem *). W przypadku proponowanej metody wartość „sugerowana” rzędu modelu ($n = 4$) faktycznie pokrywa się z wariantem o najmniejszym błędzie IAE_{190} dla tej metody. Natomiast w przypadku metody Strejca „sugerowany” rząd ($n = 6$) daje, w procesie określenia parametrów czasowych, znacznie gorsze wartości w porównaniu do najlepszego dla tej metody rzędu $n = 4$. W przypadku algorytmu pokazanego w [6] nie ma możliwości oszacowania rzędu modeli (4).

Najlepsze (dla najmniejszych wartości IAE_{190}) uzyskane wyniki dla poszczególnych metod zobrazowane zostały w postaci przebiegów czasowych odpowiedzi skokowych procesu oraz uzyskanych modeli (rys. 4). Dla uwypuklenia różnic pomiędzy uzyskanymi rozwiązaniami pokazany został także przebieg sygnału błędu $e(t)$ między reakcją procesu i danego modelu.

3.3. Przykład 3

Trzeci przykład bazuje na analizie dynamiki procesu $K_3(s)$, zaczerpniętej z pracy Żuchowskiego [17], określonej transmi-tancją:

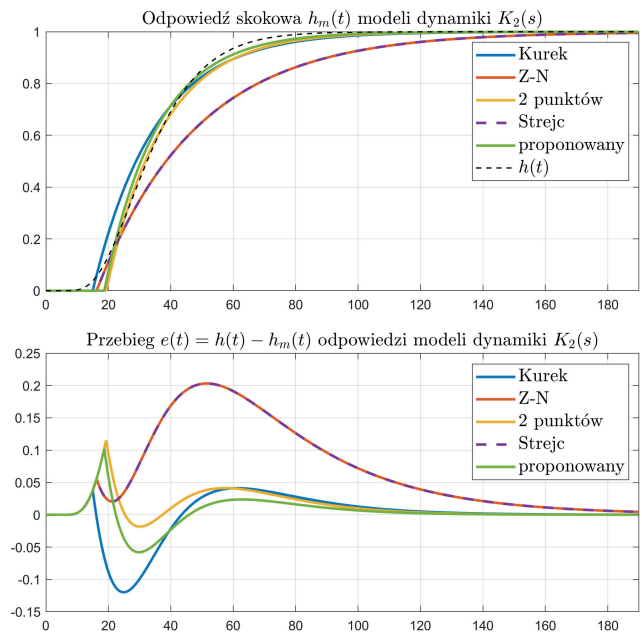
$$K_3(s) = \frac{1}{(0,5s + 1)(2s + 1)(3s + 1)}.$$
 (41)

Dla powyższej dynamiki, autor, stosując przekształcenia alge-braiczne parametrów modelu (41), wyznaczył parametry modelu zastępczego wieloinercyjnego o stałych czasowych tworzących ciąg geometryczny:

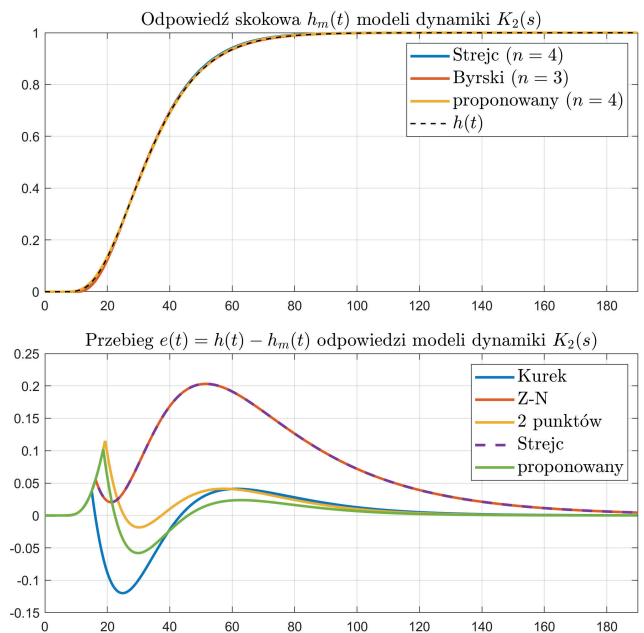
$$K_{m4}(s) = \frac{k}{(Ts + 1)(qTs + 1)(q^2Ts + 1)(q^3Ts + 1)},$$
 (42)

w którym parametr q stanowi iloraz tego ciągu.

Wynik uzyskany w [17] skonfrontowano z rezultatami działa-nia metod bazujących na analizie odpowiedzi skokowej $h(t)$ pro-



Rys. 3. Charakterystyki skokowe $h_m(t)$ oraz przebieg błędu $e(t)$ uzyskanych modeli pierwszego rzędu dla dynamiki $K_2(s)$ w przykładzie 2
Fig. 3. Step response characteristics $h_m(t)$ and the error $e(t)$ of the first-order models obtained for the dynamics $K_2(s)$ in Example 2



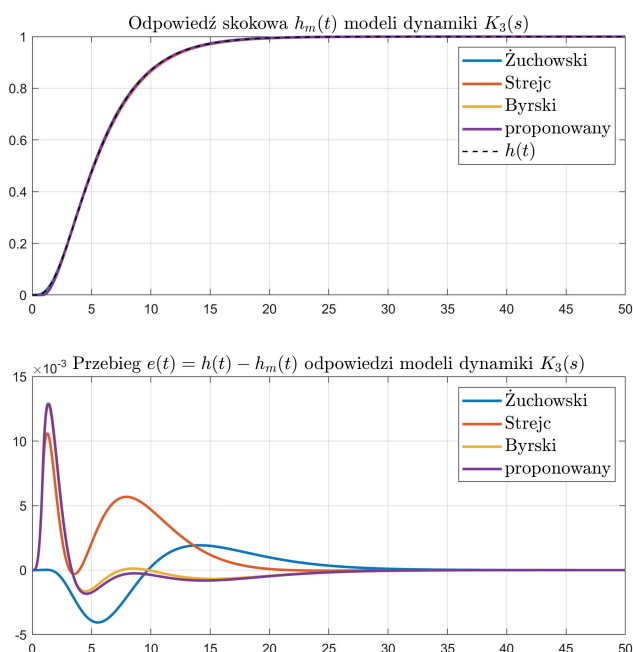
Rys. 4. Charakterystyki skokowe $h_m(t)$ oraz przebieg błędu $e(t)$ uzyskanych modeli wyższego rzędu dla dynamiki $K_2(s)$ w przykładzie 2
Fig. 4. Step response characteristics $h_m(t)$ and the error $e(t)$ of the higher-order models obtained for the dynamics $K_2(s)$ in Example 2

cesu $K_3(s)$. Zweryfikowano działanie proponowanego podejścia, metody Strejca [9] oraz metody Byrskiego [6].

Wyznaczone dla poszczególnych metod wartości parametrów czasowych modeli, wraz z wartościami błędu (38) zebrane zostały w tabeli 4. Z analizy tych wartości wynika, że modele otrzymane metodą proponowaną oraz zmodyfikowaną metodą Strejca uzyskują najmniejsze i bardzo zbliżone do siebie wartości błędu IAE_{60} .

Jednocześnie optymalne rozwiązanie dla proponowanej metody uzyskane zostało dla modelu rzędu $n = 2$, przy czym jednocześnie jest to wartość rzędu modelu „sugerowana” przez prezentowaną metodę. W przypadku metody Strejca najlepszy wynik również otrzymano dla $n = 2$, przy czym sam algorytm wartość optymalną rzędu modelu „sugerował” na poziomie $n = 3$.

Dla zilustrowania najlepszych rozwiązań (z najmniejszą wartością IAE_{60}) dla poszczególnych metod pokazane zostały przebiegi czasowe odpowiedzi skokowych procesu oraz uzyskanych modeli wraz z przebiegami sygnału błędu $e(t)$ między reakcją procesu i danego modelu (rys. 5).



Rys. 5. Charakterystyki skokowe $h_m(t)$ oraz przebieg błędu $e(t)$ uzyskanych optymalnych modeli wyższego rzędu dla dynamiki $K_3(s)$ w przykładzie 3

Fig. 5. Step response characteristics $h_m(t)$ and the error $e(t)$ of the higher-order models obtained for the dynamics $K_3(s)$ in Example 3

Tabela 4. Wartości parametrów modelu $K_m(s)$ oraz $K_{m4}(s)$ dla dynamiki $K_3(s)$ oraz wartości błędu IAE_z

Table 4. Parameter values of the model $K_m(s)$ and $K_{m4}(s)$ for the dynamics $K_3(s)$, and the error values IAE_z

Metoda	n	T	q	IAE_{60}
Żuchowski [17]	4	0,374	2,06	0,0377
Metoda	n	T	T_o	IAE_{60}
Strejca [9]	2	2,6124	0,8305	0,0565
Byrski [6]	2	2,5658	0,8766	0,0304
proponowana	*2	2,5626	0,8796	0,0338

4. Wpływ szumu pomiarowego

Przedstawione w przykładach wyniki identyfikacji parametrów uzyskane zostały w warunkach „idealnych”, gwarantują-

cych jakościowo najlepszy z możliwych przebieg odpowiedzi skokowej $h(t)$ identyfikowanego procesu. W sposób naturalny rodzi się jednak pytanie, jak skutecznie proponowana metoda będzie sobie radziła w warunkach rzeczywistych, jeśli charakterystyka czasowa odpowiedzi zniekształcona jest obecnością szumu pomiarowego.

Próba odpowiedzi na tak sformułowane pytanie były przeprowadzone eksperymenty symulacyjne, w których do przebiegu sygnału odpowiedzi skokowej $h(t)$ dodano sygnał szumu $n(t)$. W eksperymentach założono, że sygnał szumu jest przebiegiem losowym opisanym modelem o rozkładzie normalnym ($n(t) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$) z zerową wartością średnią ($\mu = 0$) oraz odchyleniem standardowym $\sigma = 0,3$. W celu obiektywnej, niezależnej od danej próby wygenerowanego sygnału szumu, oceny metody identyfikacji parametrów dynamicznych modelu $K_m(s)$ jako kryterium oceny przyjęto wartość uśrednioną wskaźnika IAE_z (38) dla N powtórzeń danego eksperymentu:

$$\overline{IAE}^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N IAE_z. \quad (43)$$

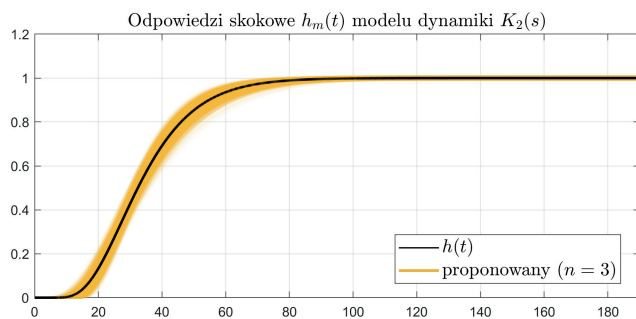
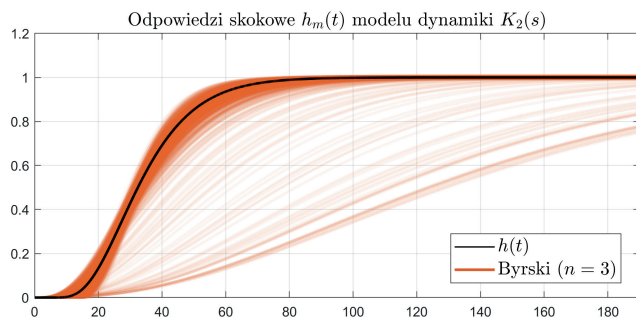
Poniżej przedstawiono wyniki eksperymentu przeprowadzonego dla identyfikacji parametrów dynamicznych modelu zastępczego procesu o funkcji przejścia $K_2(s)$ (40) (przykład 2). W celu oceny proponowanego, pięciokrokowego, algorytmu identyfikacji parametrów modelu $K_m(s)$ otrzymane wyniki zestawiono z wynikami najlepszej (względem wartości błędu IAE_{190}) metody „odniesienia” w przykładzie 2. W omawianym przypadku jest to metoda Byrskiego [6], przy założonym rzędzie modelu $n = 3$. Wyniki oceny określono na podstawie próby $N = 1000$ powtórzeń eksperymentu opisanego wcześniej.

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku metody „odniesienia”, dla zakłóconych sygnałem $n(t)$ charakterystyk czasowych $h(t)$, często w procesie identyfikacji metoda ta zwracała wartość parametru czasu opóźnienia $T_o < 0$. Wynik taki jest trudny do zaakceptowania. Sugeruje bowiem, że wyznaczony dla modelu $K_m(s)$ czas opóźnienia właściwie jest „czasem wyprzedzenia” odpowiedzi układu, który reaguje na sygnał zewnętrzny zanim ten zacznie oddziaływać na układ. W takich przypadkach, ze względu na brak innych wytycznych w pracy [6], przyjęto arbitralną zamianę wyznaczonej wartości czasu opóźnienia na $T_o = 0$.

Wyniki przeprowadzanych eksperymentów pokazane zostały w postaci graficznej (rys. 6) prezentującej reakcje wyznaczonych, dla danych metod, modeli parametrów na podstawie zasumowanych przebiegów odpowiedzi skokowej procesu $K_2(s)$.

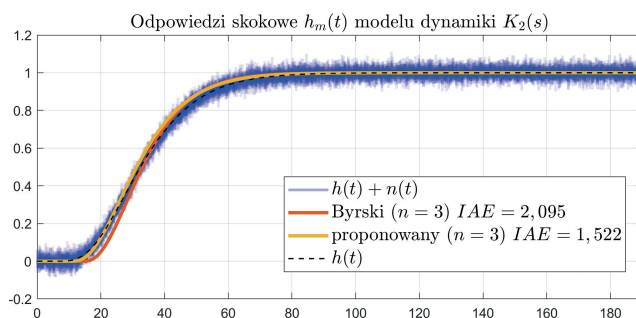
Dla prezentowanego eksperymentu wyznaczone wartości średnie błędu IAE_{190} wynoszą odpowiednio: $\overline{IAE}^{1000} = 5,2086$ dla metody Byrskiego [6] oraz $\overline{IAE}^{1000} = 1,5403$ dla proponowanego algorytmu. Duża różnica, na niekorzyść algorytmu przedstawionego w pracy [6], wynika w znacznym stopniu z przypadków, dla których metoda ta zwracała ujemną wartość czasu opóźnienia (arbitralnie modyfikowaną na wartość $T_o = 0$). Przypadki te można zaobserwować wyraźnie na rys. 6, jako przebiegi silnie odbiegające od krzywej referencyjnej $h(t)$ (przebieg określony czarną krzywą). Wielokrotnie przeprowadzone serie tego eksperymentu pokazują, że przypadki błędnie zidentyfikowanej wartości T_o obejmują od 5 % do 10 % wszystkich eksperymentów dla tej metody.

W przypadku pominięcia eksperymentów, przy wyznaczeniu oceny, dla których metoda przedstawiona w [6] błędnie wyznaczała parametry modelu ($T_o < 0$) wartości uśrednionego wskaźnika dla obydwu metod zbliżyły się do siebie. W prezentowanej serii warunków poprawności ($T_o \geq 0$), dla metody Byrskiego, spełniony został w przypadku 927 eksperymentów. Dla takiej podgrupy modeli uśrednione wartości błędu IAE_{190} wynoszą odpowiednio: $\overline{IAE}^{927} = 2,0929$ dla metody Byrskiego [6] oraz $\overline{IAE}^{927} = 1,5376$ dla proponowanego rozwiązania.



Rys. 6. Seria charakterystyk skokowych $h_m(t)$ modeli dla odpowiedzi skokowych z szumem pomiarowym dynamiki $K_2(s)$

Fig. 6. A series of step response characteristics $h_m(t)$ of models for step responses with measurement noise of the dynamics $K_2(s)$



Rys. 7. Przykładowe charakterystyki skokowe $h_m(t)$ modeli dla badanych metod identyfikacji o reprezentatywnych dla nich wartościach średnich IAE^N

Fig. 7. Example step response characteristics $h_m(t)$ of models for the identification methods under study, corresponding to their representative mean IAE^N values

Tabela 5. Analityczne reguły obliczania parametrów dynamicznych modelu $K_m(s)$

Table 5. Analytical rules for calculating the dynamic parameters of the $K_m(s)$ model

n	Etap 1	Jeśli $T_o < 0$: Etap 2
1	$T = 0,51294(t_{80} - t_{20})$ $T_o = t_{80} - 1,60944 T$	$T = 1,44269(t_{50} - T_o)$ $T_o = 0$
2	$T = 0,64892(t_{80} - t_{20})$ $T_o = t_{80} - 2,99431 T$	$T = 0,59582(t_{50} - T_o)$ $T_o = 0$
3	$T = 0,70968(t_{80} - t_{20})$ $T_o = t_{80} - 4,27903 T$	$T = 0,37396(t_{50} - T_o)$ $T_o = 0$
4	$T = 0,74622(t_{80} - t_{20})$ $T_o = t_{80} - 5,51505 T$	$T = 0,27233(t_{50} - T_o)$ $T_o = 0$
5	$T = 0,77137(t_{80} - t_{20})$ $T_o = t_{80} - 6,72098 T$	$T = 0,21409(t_{50} - T_o)$ $T_o = 0$

Otrzymane wyniki pokazują, że proponowane rozwiązanie wykazuje większą odporność działania w przypadku zaszumionych przebiegów odpowiedzi skokowej procesu. Łatwo zaobserwować, że otrzymane modele tworzą przebiegi odpowiedzi czasowych bliskie przebiegowi referencyjnemu (bez dodatkowego sygnału $n(t)$) identyfikowanego procesu $K_2(s)$.

Przykładowe reakcje modelu $K_m(s)$ dla prezentowanego przypadku, które gwarantują $IAE_{190} \approx IAE_{027}^{027}$ na poziomie wartości dla odpowiednich metod pokazano na rys. 7.

5. Podsumowanie

W artykule zaprezentowana została metoda identyfikacji parametrów dynamiki rozszerzonego modelu Strejca $K_m(s)$ w oparciu o analizę odpowiedzi skokowej $h(t)$ nieznanego procesu. Proponowane rozwiązanie pozwala uzyskać modele o jakości bardzo zbliżonej (a często i lepszej) do metody zaproponowanej przez Byrskiego w pracy [6]. Inaczej niż w tej metodzie, proponowane rozwiązanie umożliwia identyfikację parametrów modelu $n = 1$ rzędu, co w rozwiązaniu Byrskiego jest niemożliwe ze względu na specyfikę punktu przegięcia odpowiedzi skokowej elementu inercyjnego (model pierwszego rzędu nie został uwzględniony w pracy [6]). Dzięki definicji stałych punktów charakterystycznych, niezależnych od rzędu modelu, w proponowanym rozwiązaniu została zachowana prostota obliczeń na poziomie metod „dwupunktowych” modeli pierwszego rzędu [5, 7, 8].

W tabeli 5 pokazane zostały, w formie zbiorczej, przykładowe zależności analityczne wynikające z kroków 1–5 proponowanego algorytmu, umożliwiające w prosty sposób wyznaczenie parametrów dynamicznych modelu opisanego operatorową funkcją przejścia (4).

Jednocześnie schematyczność obliczeń wielkości $\{\Delta_n; x_{20}; x_{80}\}$ umożliwia proste rozszerzenie proponowanego rozwiązania na modele wyższego rzędu. Ponadto uwzględnienie w proponowanej metodzie dodatkowej wielkości charakterystycznej x_{50} umożliwia automatyczne oraz skuteczne (inaczej niż w klasycznej metodzie Strejca [9]) oszacowanie rzędu modelu gwarantujące optymalne dopasowanie charakterystyki skokowej modelu $h_m(t)$ do odpowiedzi skokowej nieznanego procesu $h(t)$. Dodatkowa wielkość charakterystyczna x_{50} umożliwia również ewentualną korektę parametrów dynamicznych w przypadku, gdy z obliczeń numerycznych metody uzyskany czas opóźnienia T_o przyjmuje wartość ujemną. Zjawisko ujemnego czasu opóźnienia ($T_o < 0$), które jest trudno interpretowalne w kontekście modelu dynamicznego (sugeruje, że model reaguje na wymuszenie zanim to wymuszenie pojawi się na wejściu układu), można także zaobserwować w działaniu innych metod „dwupunktowych”. Jednak zwyczajne „wyzerowanie” czasu opóźnienia ($T_o = 0$) zwykle prowadzi do pogorszenia właściwości uzyskanego modelu (w kontekście dopasowania charakterystyki czasowej $h_m(t)$ oraz $h(t)$). Natomiast zaproponowana korekta, z wykorzystaniem punktu x_{50} , pozwala zachować jakość dopasowania reakcji modelu na bardzo wysokim poziomie.

Przedstawione wyniki eksperymentów identyfikacji parametrów dynamicznych modelu, przy obecności szumów pomiarowych w odpowiedzi skokowej pokazują, że proponowane rozwiązanie wykazuje dużą odporność na tego rodzaju zakłócenia.

Bibliografia

1. Isermann R., Münchhof M., *Identification of Dynamic Systems, An Introduction with Applications*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011, DOI: 0.1007/978-3-540-78879-9.
2. Åström K.J., Hägglund T., *PID controllers: theory, design and tuning*, 2nd ed., Instrument Society of America, 1995.

3. Fortuna L., Nunnari G., Gallo A., *Model Order Reduction Techniques with Applications in Electrical Engineering*, Springer-Verlag London, 1992, DOI: 10.1007/978-1-4471-3198-4.
4. Ziegler J.G., Nichols N.B., *Optimum settings for automatic controllers*, "Transactions of the ASME", Vol. 64, No. 8, 1942, 759–768, DOI: 10.1115/1.4019264.
5. Cohen G.H., Coon G.A., *Theoretical Consideration of Retarded Control*, "Transactions of the ASME", Vol. 75, No. 5, 1953, 827–834, DOI: 10.1115/1.4015451.
6. Byrski W., *A new method of multi-inertial systems identification by the Strejc model*, [In:] Trends in Advanced Intelligent Control, Optimization and Automation, KKA 2017, Springer, Vol. 577, 2017, 536–549, DOI: 10.1007/978-3-319-60699-6_52.
7. Broida V., *L'extrapolation des reponses indicielles aperiodes*, "Automatisme", T. XIV, No. 3, 1969, 105–114.
8. Bequette B.W., *Process Control: Modeling, Design, and Simulation*, 2nd ed., Pearson, 2002.
9. Strejc V., *Näherungsverfahren für aperiodische Übergangscharakteristiken*, "Regelungstechnik", Vol. 7, 1959, 124–128, DOI: 10.1524/auto.1959.7.112.124.
10. Żuchowski A., *Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w oparciu o pomiar charakterystyki skokowej*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 46, Nr 7, 2000, 6–9.
11. Żuchowski A., *Nietypowe metody eksperymentalnego wyznaczania parametrów zastępczego modelu Strejca*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 59, Nr 1, 2013, 55–58.
12. Żuchowski A., *Eksperymentalne wyznaczanie parametrów modelu Strejca z uwzględnieniem korekcji*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 60, Nr 12, 2014, 1221–1223.
13. Papliński J.P., Żuchowski A., *The Strejc model parameters identification with analysis of influence of random disturbances*, 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR), 2013, 666–671, DOI: 10.1109/MMAR.2013.6669990.
14. Żuchowski A., *Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w warunkach silnych zakłóceń, przy wykorzystaniu specjalnych charakterystyk*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 60, Nr 12, 2014, 1215–1217.
15. Ostaszewicz D., Rogowski K., *Application of Genetic Algorithms for Strejc Model Parameter Tuning*, "Electronics", Vol. 13, No. 18, 2024, DOI: 10.3390/electronics13183652.
16. Kurek J., *Aproksymacja modelem inercyjnym I rzędu z opóźnieniem układu inercyjnego n-tego rzędu*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 14, Nr 11, 2010, 49–51.
17. Żuchowski A., *Model dynamiki obiektu o stałych czasowych tworzących postęp geometryczny i jego wybrane aplikacje*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 56, Nr 4, 2010, 305–307.

A Simple Two-Point Method for Determining the Dynamic Parameters of the Extended Strejc Model

Abstract: The article presents a method for identifying the parameters of the extended Strejc model. The proposed solution facilitates the determination of the optimal model order and its parameters: static gain, time constant, and delay time, by utilizing the mechanism of characteristic points of the step response. Characteristic points, which are independent of the order of the identified model, have been defined. This process allows the proposed solution to maintain operational simplicity comparable to classical two-point methods while simultaneously achieving results at the level of advanced methods for analyzing the time characteristics of a dynamic system. The proposed method was compared, through simulation, with known algorithms for identifying the parameters of inertial dynamics with delay time.

Keywords: multi-inertial objects, Strejc model, simplified dynamic models, modeling of dynamic systems, identification of dynamic systems

dr inż. Robert Bieda

robert.bieda@polsl.pl

ORCID: 0000-0001-7485-0073

Absolwent Wydziału Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Uzyskał tytuł magistra inżyniera w 2002 r. oraz stopień doktora nauk technicznych w 2006 r., w dziedzinie automatyka i robotyka. Obecnie na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Robotyki na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej. Jego zainteresowania badawcze obejmują zagadnienia związane z analizą i fuzją sygnałów, systemami sterowania, systemami klasyfikacji i podejmowania decyzji oraz sterowaniem opartym na informacji wizyjnej z zastosowaniem w bezzałogowych statkach powietrznych i interakcji człowiek-komputer.

