

# Zastosowanie Metody Elementów Skończonych do analizy metody określania rozmiaru buta na podstawie pomiarów pola magnetycznego

Paweł Nowak

Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, Instytut Metrologii i Inżynierii Biomedycznej, ul. Św. A. Boboli 8, 02-525 Warszawa, Poland

Michał Nowicki, Piotr Gazda

Efiter Sp. z o.o., Aleja T. Kościuszki 80/82 / 604, 90-437 Łódź

Piotr Frydrych

Fundacja Katalizator Technologii, Kożuchowska 3 / 1, 04-715 Warszawa, Polska

Natalia Nowicka

Instytut Kolejnictwa, Laboratorium Metrologii, ul. Chłopskiego 50, 04-275 Warszawa

Roman Szewczyk

Sieć Badawcza Łukasiewicz – Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów PIAP, Al. Jerozolimskie 202, 02-486 Warszawa

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono zastosowanie Metody Elementów Skończonych (MES) do analizy przydatności metody określania rozmiaru buta na podstawie pomiarów magnetowizyjnych. Zaproponowano metodę pomiarową wykorzystującą zaburzenie jednorodnego (np. ziemskiego) pola magnetycznego przez sypanie materiału o wysokiej przenikalności magnetycznej, umieszczany we wnętrzu buta i dostosowujący się do jego kształtu. Kolejnym etapem określenia rozmiaru buta był pomiar pola magnetycznego przez matrycę sensorów oraz przekształcenie odwrotne, wykorzystujące dopasowanie położenia matrycy do referencyjnego rozkładu pola magnetycznego, uzyskanego za pomocą MES (przekształcenie odwrotne). Na podstawie dopasowanych parametrów położenia matrycy określano proporcję między zmierzonym a modelowym rozmiarem buta. Omówiono numeryczne przekształcenie proste, umożliwiające generowanie trójwymiarowej tablicy pola magnetycznego i przeprowadzono udane testy przekształcenia odwrotnego. W kolejnych krokach przeprowadzono testy przekształcenia odwrotnego z uwzględnieniem szumu pomiarowego. Za pomocą MES zrealizowano przekształcenie proste dla modelu buta z wkładem i przeprowadzono próbę przekształcenia odwrotnego dla danych wzorcowych. Zarówno wpływ szumu pomiarowego, jak i obecność dodatkowego materiału spowodowały, że proponowana metoda pomiarowa nie może być praktycznie wdrożona.

**Słowa kluczowe:** Metoda Elementów Skończonych, magnetowizja, przekształcenie odwrotne, przekształcenie proste, określenie rozmiaru buta

## 1. Wprowadzenie

Rynek handlu internetowego odzieżą (e-commerce) to jedna z najbardziej dynamicznie rozwijających się branż ostatnich lat, co było widoczne zwłaszcza podczas pandemii Covid-19 i związanych z nią rozwiązaniami prawnymi, tzw. lockdownami.

### Autor korespondujący:

Paweł Nowak, pawel.nowak2@pw.edu.pl

### Artykuł recenzowany

nadesłany 03.04.2024 r., przyjęty do druku 22.07.2024 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

Jednym z największych problemów w branży jest stopień zwrotu zamówień, związany z błędnym określeniem rozmiaru noszonego odzienia w porównaniu do rozmiarówki producenta. Jedną z propozycji rozwiązania tego problemu jest innowacyjny system pomiaru i dopasowania obuwia przez porównanie stopy kupującego do wymiarów wnętrza buta. Projektowany system składa się z dwóch modułów – aplikacji na urządzenia mobilne, umożliwiającej określenie wymiarów stopy indywidualnego użytkownika oraz systemu określającego realny rozmiar wnętrza zamawianego buta. Druga strona systemu byłaby wykorzystywana przez producentów lub dostawców obuwia (zwłaszcza sklepów internetowych). Na podstawie danych z dwóch modułów projektowany system umożliwi dobór zamawianych butów do wymiarów stopy zamawiającego, co znacząco zmniejszy liczbę zwrotów, doprowadzi do większej satysfakcji użytkowników i zwiększy obroty sklepów korzystających z systemu. Jedną z rozważanych metod określenia wnętrza buta jest metoda

łącząca magnetowizję i przekształcenie odwrotne, dopasowujące dane pomiarowe do modelowych, uzyskanych za pomocą Metody Elementów Skończonych MES. Ze względu na wstępny charakter badań opisanych w artykule jako rozmiar buta przyjęto jego jednoparametrową skalę względem wzorcowego modelu, którą można przeliczyć na długość stopy. Planowane jest rozwinięcie modelu buta o większą liczbę parametrów.

## 2. Opis metody pomiarowej

Zaproponowana metoda określania rozmiaru buta bazuje na statycznych pomiarach rozkładu pola magnetycznego w środowisku zaburzonym obecnością materiału o wyższej od powietrza przenikalności magnetycznej. Badany but jest wypełniany sypkim i drobnym materiałem o wysokiej względnej przenikalności magnetycznej (np. pył żelazny lub drobne stalowe kulki). Materiał ten przyjmuje kształt wnętrza badanego buta i zaburza rozkład pola magnetycznego ziemskiego [1, 2], bądź zewnętrznego, zadawanego np. za pomocą cewek Helmholtza [3].

Zaburzone pole magnetyczne jest mierzone przez macierz dziewięciu sensorów rozmieszczonych na planie kwadratu, umieszczonych pod butem. Następnie zmierzone wartości pola magnetycznego jest normalizowane względem środkowego sensora, tak aby operować wartościami będącymi stosunkami pola w poszczególnych punktach pomiarowych a nie absolutnymi wartościami. Normalizacja wartości minimalizuje błąd związany z przekoszeniem macierzy pomiarowej względem zewnętrznego jednorodnego pola magnetycznego.

Określenie rozmiaru buta odbędzie się przez porównanie zmierzzonego rozkładu zaburzonego pola magnetycznego do rozkładu wzorcowego, wymodelowanego za pomocą MES dla wzorcowego modelu buta. Porównanie to odbywa się na drodze ciągłej optymalizacji parametrów określających pozycję macierzy sensorów. Parametry te przedstawiono na rys. 1 i są to:

- $a$  – odległość między sensorami,
- @ – kąt obrotu macierzy sensorów,
- $x, y$  – współrzędne środkowego sensora.

Znajomość tych parametrów umożliwia jednoznaczne wyliczenie pozycji wszystkich sensorów na podstawie podstawowych zależności geometrycznych.

Wektor zmierzonych i znormalizowanych (względem sensora środkowego) wartości pola magnetycznego jest wektorem wejściowym dla algorytmu optymalizującego. Funkcją celu algorytmu jest minimalizacja różnicy średniokwadratowej pomiędzy zmierzonymi a obliczonymi znormalizowanymi wartościami pola

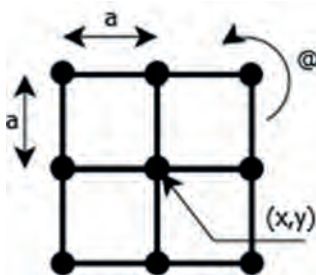
magnetycznego. Zastosowano sympleksową metodę spadku [4] oraz algorytmy ewolucyjne zaimplementowane w środowisku Octave [5]. Zmienną zawierającą informację o rozmiarze buta jest odległość między sensorami  $a$ . Pozostałe zmienne służą jedynie do wiarygodnego numerycznego odtworzenia procesu pomiarowego. Umożliwiają one zamodelowanie oraz kompensację wpływu nieidealnego ustawienia buta na platformie pomiarowej.

## 3. Numeryczne przekształcenie proste

Dane wzorcowe o rozkładzie pola magnetycznego w obrębie buta wypełnionego substancją o wyższej przenikalności magnetycznej uzyskano za pomocą modelowania MES. Wykorzystano pakiet programów współpracujących. Siatkę skończenie elementową zrealizowano w programie Netgen [6], natomiast obliczenia zostały wykonane w programie ElmerFEM [7]. Oprogramowanie ElmerFEM rozwiązuje równania Maxwella z zastosowaniem modelu  $\vec{A} - V$  [8].

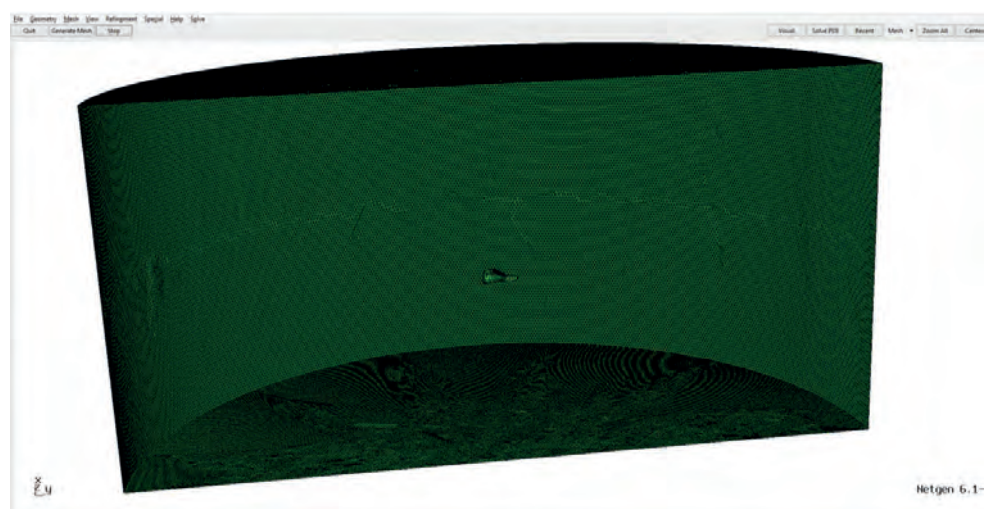
Wzorcowy model buta umieszczono w walcu o wymiarach (średnicy oraz wysokości) znacząco przekraczających wymiary buta. Umożliwia to wiarygodne zasymulowanie jednorodnego pola magnetycznego w przestrzeni dookoła badanego buta. Przykładowy widok siatki skończenie elementowej przedstawiono na rys. 2. Model buta umieszczony jest w geometrycznym środku walca. Walec pełni kluczowe funkcje przy modelowaniu MES – jego ściana boczna służy do zadawania warunku brzegowego Dirichleta dla skalarnego potencjału elektrycznego  $V$ . Podstawy walca służą do zadawania jednorodnego pola magnetycznego, co umożliwi zarówno symulowanie pomiaru w polu ziemskim, jak i w cewkach Helmholtza, umożliwiając zadanie wyższych wartości jednorodnego pola magnetycznego. Elementy skończone wewnątrz walca służą modelowaniu powietrza, w którym rozchodzi się pole magnetyczne.

Obliczenia z zastosowaniem MES zostały przeprowadzone w programie ElmerFEM z zastosowaniem modułu do trójwymiarowych obliczeń magnetodynamicznych. Omawiana symulacja ma charakter statyczny (wszystkie wartości pól są niezmiennie w czasie), co dla stosowanego modułu MES jest przypadkiem szczególnym. Jako wymuszenie, w symulacji zadano jednostkowy jednorodny strumień indukcji magnetycznej na podstawach walca. Model buta miał zadaną względną przenikalność magnetyczną wynoszącą 25. Przykładowe wizualizacje rozkładów pola przedstawiają rys. 3–6. Wszystkie wyniki wartości indukcji są podane w teslach. Należy zwrócić uwagę, że na potrzeby symulacji zadano jednorodny strumień indukcji magne-



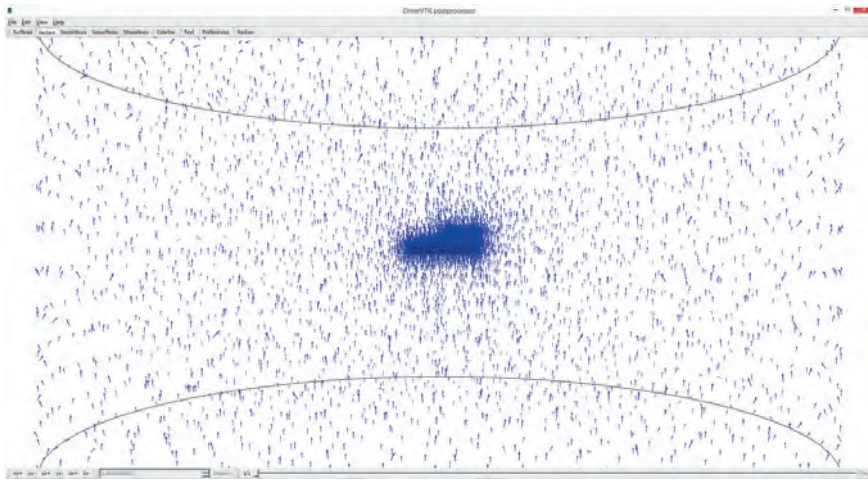
Rys. 1. Schematyczne przedstawienie parametrów macierzy sensorów poddawanych optymalizacji

Fig. 1. Schematic representation magnetometers matrix parameters which are optimized in the process

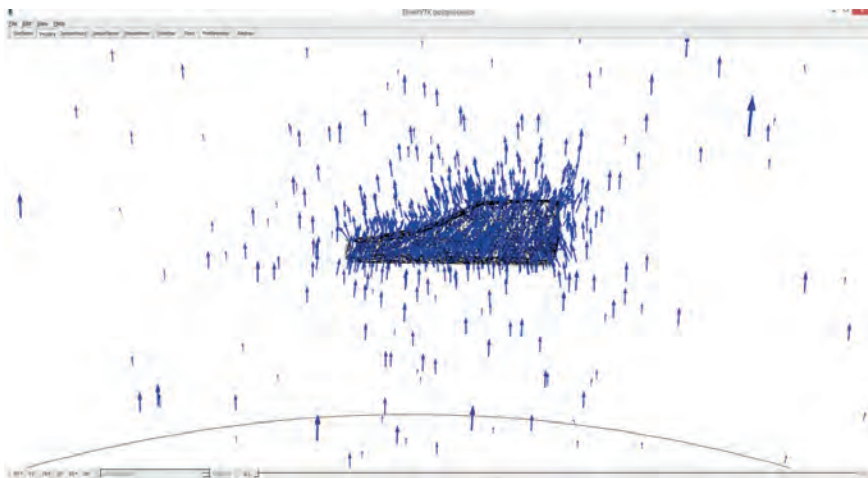


Rys. 2. Widok przekroju zastosowanej siatki skończenie elementowej

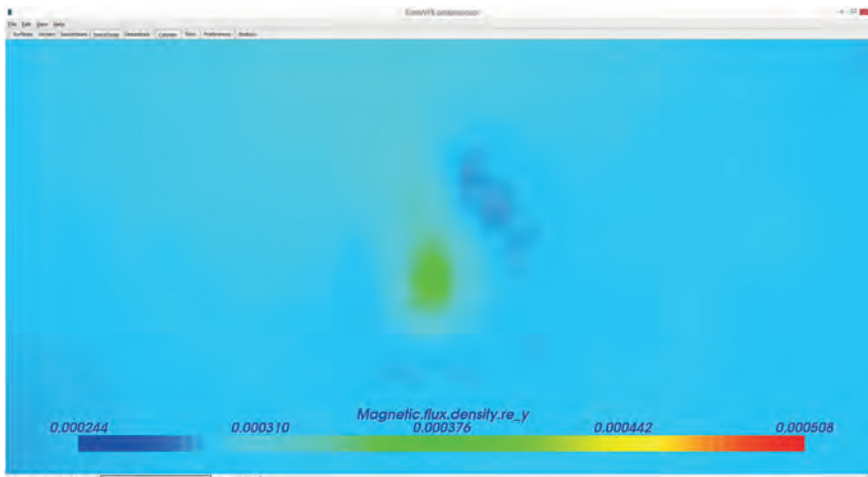
Fig. 2. Clip of utilized finite element mesh



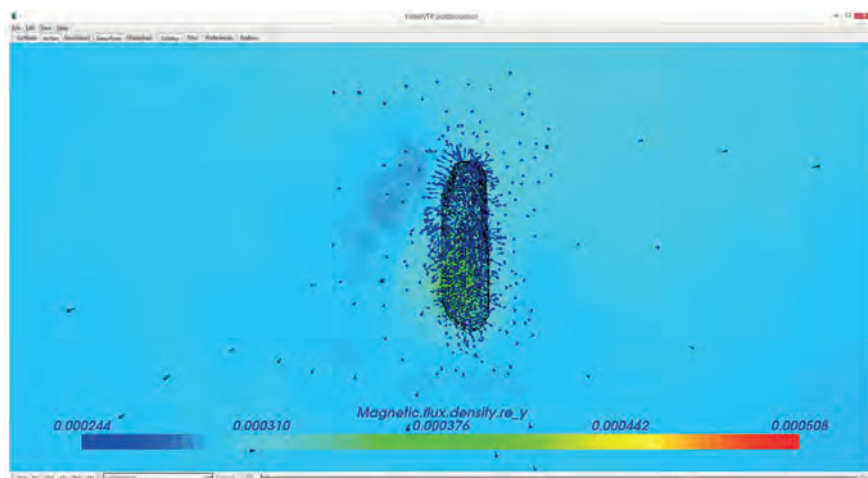
**Rys. 3. Kierunki wektorów pola magnetycznego w poszczególnych węzłach siatki – widok ogólny**  
 Fig. 3. Directions of magnetic flux vectors in vertices of the mesh – general view



**Rys. 4. Kierunki wektorów pola magnetycznego w poszczególnych węzłach siatki – przybliżenie na obszar buta**  
 Fig. 4. Directions of magnetic flux vectors in vertices of the mesh – zoom into area around the shoe



**Rys. 5. Rozkład indukcji magnetycznej w płaszczyźnie pod butem – widok od dołu**  
 Fig. 5. Distribution of magnetic flux density in plane under the shoe – view from the bottom of the shoe



**Rys. 6. Rozkład indukcji magnetycznej w płaszczyźnie pod butem – widok góry wraz z widocznymi wektorami przedstawiającymi kierunek pola magnetycznego w poszczególnych węzłach siatki**  
 Fig. 6. Distribution of magnetic flux density in plane under the shoe – view from the top of the shoe together with vectors representing the direction of magnetic flux in mesh vertices

tycznej w podstawach walca o wartości 10 mT. Jest to wartość możliwa do uzyskania w układzie cewek Helmholtza, omawiane tu symulacje były prowadzone jedynie w celu potwierdzenia wpływu obiektu o podwyższonej przenikalności na rozkład pola magnetycznego. W dalszych symulacjach stosowano wymuszenie odpowiadające wartości pola na stanowisku pomiarowym wyposażonym w zaprojektowane i wykonane cewki Helmholtza.

Obliczenia MES potwierdzają założenia metody pomiarowej. Widoczny jest wyraźny wpływ obecności materiału o wyższej przenikalności magnetycznej na rozkład pola magnetycznego. Zaburzany jest zarówno kierunek wektorów w okolicy modelu buta, jak i zmieniają się wartości pola w poszczególnych elementach siatki skończonej elementowej.

## 4. Przekształcenie odwrotne na danych referencyjnych (FEM)

Opisane modelowanie z zastosowaniem MES przeprowadzono raz. Następnie wartości pola magnetycznego w obszarze pod butem (w zakresach  $-500, 500$  w osi X,  $-250, 0$  w osi Y oraz  $-200, 200$  w osi Z) zapisano z próbkowaniem co 2 mm w tzw. trójwymiarowej tablicy pola.

Odtworzenie procedury pomiaru dla macierzy opisanej danymi parametrami ( $a, x, y, @$ ) przebiega w następujący sposób:

- na bazie podstawowych zależności geometrycznych i schematu (rys. 2) obliczane są współrzędne wszystkich sensorów w macierzy dla danych parametrów;
- sprawdzane jest, czy sensor znajduje się w węźle trójwymiarowej tablicy pola. Możliwe są dwa rezultaty tego sprawdzenia i wynikające z tego zachowania algorytmu:
  - współrzędne sensora idealnie pokrywają się z węzłem trójwymiarowej tablicy pola. Wtedy wartość pola „zmierzona” przez dany sensor odpowiada wartości z tego węzła trójwymiarowej tablicy pola,
  - współrzędne sensora nie pokrywają się z węzłem trójwymiarowej tablicy pola. W tym wypadku wynik „pomiaru” wartości pola jest obliczany na podstawie interpolacji dwusześciennej [9] na podstawie wartości w najbliższych ośmiu węzłach trójwymiarowej tablicy pola,
- wyznaczone wartości pola magnetycznego „zmierzone” przez poszczególne sensory są normalizowane względem sensora środkowego,
- uzyskiwany jest wektor znormalizowanych wartości pola magnetycznego dla danego położenia macierzy.

Zaimplementowano procedurę przekształcenia odwrotnego, bazującego na metodach optymalizacyjnych. Celem przekształcenia odwrotnego jest określenie i znalezienie takich parametrów macierzy, dla których uzyskana będzie najwyższa zgodność dla wektorów znormalizowanych wartości pola magnetycznego. Funkcją celu dla metody optymalizacyjnej jest minimalizacja funkcjonału (1):

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^n (B_{zi} - B_{Szi})^2}{n} \quad (1)$$

gdzie:  $Q$  – wartość funkcji celu dla algorytmu optymalizacji (współczynnik jakości dopasowania),  $n$  – liczba punktów w macierzy sensorów – tutaj  $n = 9$ ,  $B_{zi}$  – wartość znormalizowanego zmierzonego pola magnetycznego w  $i$ -tym sensorze,  $B_{Szi}$  – wartość znormalizowanego szukanego pola magnetycznego w  $i$ -tym sensorze dla danych parametrów macierzy sensorów.

Wartości  $B_z$  (zadane) były pobierane dla zadanych parametrów macierzy sensorów z tej samej trójwymiarowej tablicy pola, co wartości  $B_{S_z}$  (szukane). Oznacza to, że wartość funkcji celu mogła osiągnąć wartość 0, jeśli szukane wartości parametrów macierzy będą identyczne, jak te zadane.

Pierwsze testy metody zrealizowano za pomocą optymalizacji metodą Nelder-Meada. Jest to podstawowa metoda optymalizacyjna, służąca do wyznaczania minimum funkcji wielu zmiennych, w tym nieróżniczkowalnych. Metoda Nelder-Meada wymaga podania punktu początkowego funkcji, dla którego rozpoczynane jest przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań. Punkt ten był losowo generowany w rozsądnym przedziale dla każdego z szukanych parametrów macierzy sensorów.

Uzyskane wyniki potwierdzają poprawność implementacji metody – wartość funkcji testowej dla wektora szukanego wynosiła 0. Szukane parametry macierzy sensorów były zbliżone do wartości zadanych (tab. 1).

Należy zwrócić uwagę na dużą zgodność między uzyskanymi a zadnymi wartościami parametrów macierzy sensorów, szczególnie  $a, x$  i  $y$ . Parametr  $@$  został wyznaczony niepoprawnie, jednak odpowiada on jedynie za położenie katowe macierzy sensorów i nie niesie żadnej informacji o rozmiarze buta. Analogicznie, parametry  $x$  i  $y$  są jedynie parametrami pomocniczymi, umożliwiającymi wierne odtworzenie procesu pomiarowego (błędne umiejscowienie buta nad płaszczyzną sensorów). Jedynym istotnym parametrem jest  $a$ , wyznaczony z bardzo dużą dokładnością przy bardzo odległym punkcie początkowym.

Testy zaimplementowanej metody przeprowadzono wielokrotnie dla różnych zadanych parametrów macierzy sensorów. Wszystkie uzyskiwane wyniki były akceptowalnej dokładności (odchylenie standardowe parametru  $a$  wynosiło mniej niż 2 % zadanej wartości, co umożliwiła jednoznaczne przypisanie rozmiaru buta do wyników obliczeń). Średni czas realizacji obliczeń na komputerze klasy PC, wynosił 84 s, co jest czasem jak najbardziej akceptowalnym przy zagadnieniach odwrotnych.

## 5. Przekształcenie odwrotne na zaszumionych danych pomiarowych

Kolejnym krokiem w celu lepszego zamodelowania procesu pomiarowego było uwzględnienie niepewności pomiaru za pomocą stosowanej macierzy sensorów. Przeprowadzono również nowe modelowanie z zastosowaniem MES jak w rozdziale 2 ze zmienionymi warunkami brzegowymi. Zmieniona została wartość strumienia indukcji magnetycznej na podstawach walca, tak aby uzyskać wartości mierzonego pola zgodne z wartościami mierzonymi przez stanowisko pomiarowe w sytuacji, gdy cewki Helmholtza są zasilane prądem 5 A (600  $\mu$ T).

Tab. 1. Przykładowe wyniki przekształcenia odwrotnego, przy pracy na danych wzorcowych

Tab. 1. Exemplary results of inverse transformation when operating on reference data

Parametr	$a$ [mm]	$x$ [mm]	$y$ [mm]	@ [°]
Punkt początkowy	73,5	185	165	4,5
Zadany	120	150	150	0
Wyznaczony	119,93	149,8	149,9	7,8

Następnie uwzględniono niepewność sensorów w procesie pomiarów. Na podstawie analizy statystycznej wyników przeprowadzonych pomiarów, oszacowano tę niepewność na  $1,5 \mu\text{T}$ . Każdy z wyników umieszczanych w wektorze  $B_z$  (zadanych) był, przed znormalizowaniem względem środkowego sensora, zaszuhamiany losową wartością z przedziału od  $-1,5 \mu\text{T}$  do  $1,5 \mu\text{T}$ .

Procedura przekształcenia odwrotnego przebiegała analogicznie, jak w przypadku danych referencyjnych. Przeszukiwana trójwymiarowa tablica pola nie była obciążona losowym szumem pomiarowym. W tym przypadku wartość funkcji testowej (wartość funkcji celu dla wektora zadanych parametrów macierzy sensorów) nie wynosi 0.

Wykorzystywano optymalizację metodą Nelder-Meada z losowo generowanym punktem początkowym oraz metodę optymalizacji ewolucyjnej. Obie metody zwracały bardzo zbliżone wyniki, jednak metoda optymalizacji ewolucyjnej była obciążona wyższym kosztem obliczeniowym (tab. 2 i 3).

Akceptowalne rezultaty przekształcenia odwrotnego (tab. 2) zostały osiągnięte mimo uwzględnienia w modelowaniu procesu pomiarowego niepewności pomiarowej sensorów. Prawdopodobnie wartości „szumu”, zaburzające wartości wektora szukanego, zostały wylosowane blisko 0 i nie wpłynęło to znacząco na procedurę przekształcenia odwrotnego.

W przypadku wyników nieakceptowalnych (tab. 3), widoczny jest wyraźny wpływ szumu pomiarowego na wyniki przekształcenia odwrotnego. Kluczowy z określanych parametrów macierzy sensorów ( $a$ ) był wyznaczony z błędem 8 %, co jest wartością niedopuszczalną. Jest to niewątpliwie spowodowane tym, że wartości szumu zaburzające wartości wektora szukanego zostały wylosowane wystarczająco duże.

W celu określenia wpływu przekształcenia odwrotnego na szum pomiarowy przeprowadzono serię 20 powtórzeń algorytmu. Akceptowalne wyniki parametru  $a$  (nieodbiegające od wartości zadanej o więcej niż 2 %), uzyskano jedynie w siedmiu przypadkach. Można stwierdzić, że przedstawiona metoda przekształcenia odwrotnego jest wrażliwa na szum pomiarowy i uzyskane wyniki są obciążone nieakceptowalnym błędem w 65 % przypadków, co powoduje, że nie nadaje się do zastosowań praktycznych i wdrożenia.

## 6. Przekształcenie odwrotne przy uwzględnieniu występowania materiału ferromagnetycznego w pięcie buta

Zjawiskiem zaobserwowanym przy pomiarach niektórych butów, było przyciąganie kulki magnetycznej (wykorzystywanej do innej testowanej metody określania wymiarów wnętrza mierzonego buta) do okolic pięty (obcasa) badanego buta. Było to spowodowane występowaniem materiału o wysokiej przenikalności magnetycznej (prawdopodobnie były to gwoździe lub wkłady służące do przytwierdzenia obcasa do podeszwy buta). Zjawisko to miało duży wpływ na przeprowadzane pomiary ze względu na zaburzenie rozkładu pola magnetycznego. Przeprowadzono symulację wpływu występowania materiału ferromagnetycznego na wyniki przedstawionego przekształcenia odwrotnego.

W tym celu konieczne było zmodyfikowanie siatki skończonej elementowej, przez dodanie odpowiedniego elementu symulującego gwoździe w obszarze pięty (rys. 7 i 8).

Dla opracowanej siatki przeprowadzono modelowanie magnetostatyczne z zastosowaniem MES jak w rozdziale 2. Względna przenikalność magnetyczna materiału wypełniającego wnętrze buta wynosiła 25, natomiast „gwoździe” – 125. Przykładowe wizualizacje uzyskanego rozkładu przedstawiono na rys. 9.

Widoczny jest wpływ materiału o wysokiej przenikalności w okolicy pięty modelowanego buta. Wprowadzane są zaburzenia w rozkładzie wektorów pola magnetycznego.

Przeprowadzono testowe przekształcenia odwrotne. Wektor danych zadanych był pobierany z wyników symulacji dla buta z gwoździem, natomiast wektor danych szukanych był określany w wynikach symulacji dla buta bez gwoźdźca, według metodyki opisanej w rozdziale 3.

Uzyskane wyniki (tab. 4) jednoznacznie pokazują, że zaproponowana metoda nie nadaje się do wyznaczania rozmiaru buta w przypadku, gdy rozkład pola magnetycznego jest zaburzany obiektem o dużej przenikalności magnetycznej. Powoduje to znaczną zmianę rozkładu pola magnetycznego względem

Tab. 2. Przykładowe akceptowalne wyniki przekształcenia odwrotnego, przy uwzględnieniu szumu pomiarowego. Pogrubiono kluczowy określany parametr

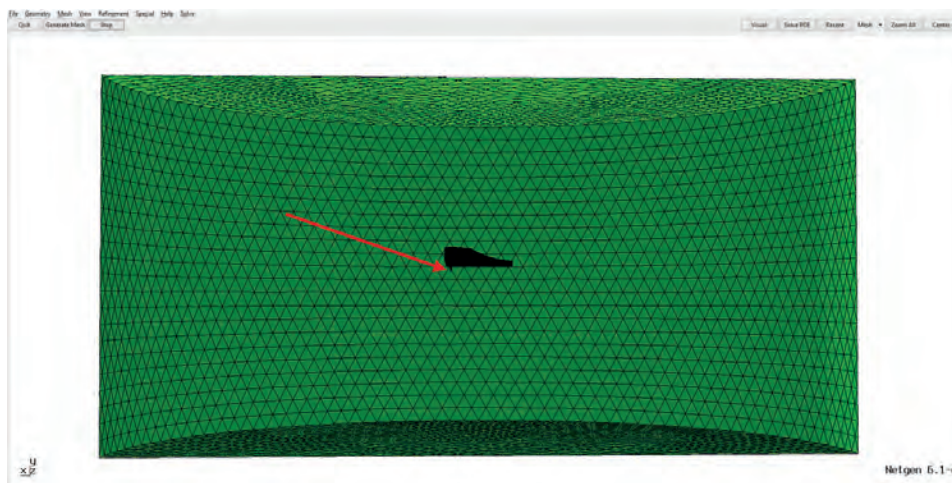
Tab. 2. Exemplary acceptable results of inverse transformation with measurement noise. Crucial parameter is bolded

Parametr	$a$ [mm]	$x$ [mm]	$y$ [mm]	$@$ [°]
Punkt początkowy	<b>144</b>	108	186	3,8
Zadany	<b>120</b>	150	150	0
Wyznaczony N-M	<b>117,8</b>	214,6	155,3	23,5
Wyznaczony Ewo	<b>118,1</b>	215,3	155,3	13,2

Tab. 3. Przykładowe nieakceptowalne wyniki przekształcenia odwrotnego, przy uwzględnieniu szumu pomiarowego. Pogrubiono kluczowy określany parametr

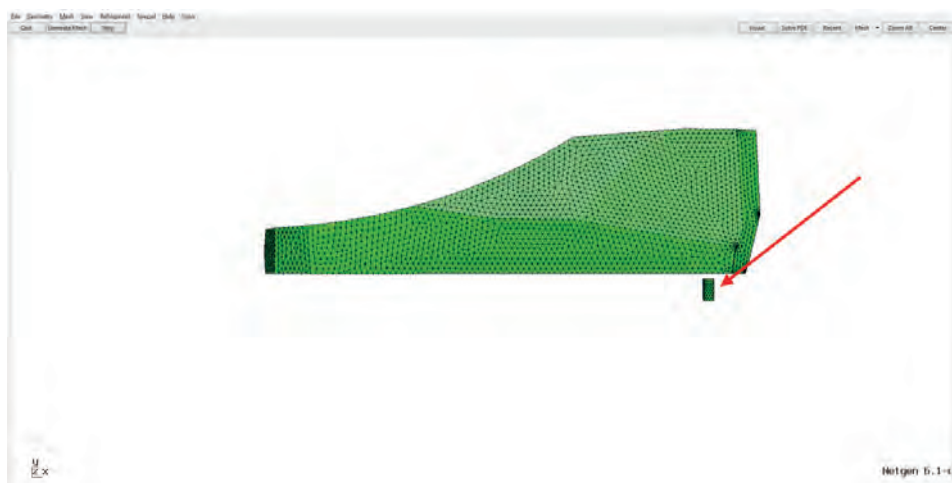
Tab. 3. Exemplary unacceptable results of inverse transformation with measurement noise. Crucial parameter is bolded

Parametr	$a$ [mm]	$x$ [mm]	$y$ [mm]	$@$ [°]
Punkt początkowy	<b>126,3</b>	123,1	180,0	5,3
Zadany	<b>120,0</b>	150,0	150,0	0,0
Wyznaczony N-M	<b>110,7</b>	190,0	154,2	2,3
Wyznaczony Ewo	<b>108,3</b>	187,3	157,4	13,2



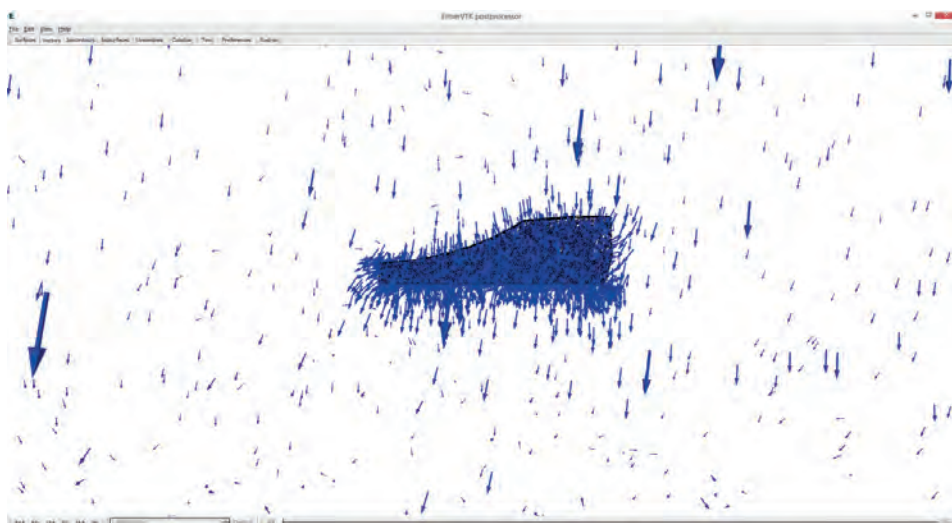
Rys. 7. Widok zmodyfikowanej siatki skończenie elementowej wraz gwoździem (zaznaczonym strzałką)

Fig.7. View of modified finite element mesh with additional model of a nail (marked with the arrow)



Rys. 8. Przybliżenie na model buta wraz z gwoździem w podszewie (zaznaczonym strzałką)

Fig. 8. Zoom on the shoe model mesh with additional model of a nail (marked with the arrow)



Rys. 9. Wektory pola magnetycznego w poszczególnych węzłach siatki – przybliżenie na obszar buta

Fig. 9. Vectors of magnetic flux in mesh vertices – zoom into area around the shoe

Tab. 4. Przykładowe wyniki przekształcenia odwrotnego, przy występowaniu dodatkowego materiału zaburzającego rozkład pola magnetycznego. Pogrubiono kluczowy określany parametr

Tab. 4. Exemplary results of inverse transformation with additional material, which influences the distribution of magnetic field. Crucial parameter is bolded

Parametr	$a$ [mm]	$x$ [mm]	$y$ [mm]	$@$ [°]
Punkt początkowy	<b>95,0</b>	141	125	-2,6
Zadany	<b>120</b>	150	150	0
Wyznaczony N-M	<b>39,3</b>	177,7	110,3	24,9
Wyznaczony Ewo	<b>47,0</b>	155,8	130,1	22,3

wzorcowego, który jest przeszukiwany pod kątem znalezienia odpowiedniego rozwiązania.

## 7. Podsumowanie

Przedstawiono metodę określania rozmiaru buta na podstawie pomiarów rozkładu pola magnetycznego oraz optymalizacyjnego rozwiązania zagadnienia odwrotnego. Metoda ta działa w warunkach idealnych – gdy sensory nie są obciążone żadną niepewnością oraz gdy nic (poza samym wnętrzem badanego buta) nie zaburza rozkładu mierzonego pola. Metoda zwraca wyniki szybko, wiarygodnie i z dużą powtarzalnością.

Przy uwzględnieniu realnych problemów związanych zarówno z niedoskonałością sensorów pola magnetycznego, jak i niekorzystnych, z punktu widzenia metody pomiarowej, cech konstrukcyjnych niektórych rodzajów obuwia, metoda ta nie zapewnia akceptowalnej powtarzalności i dokładności.

## Podziękowania

Praca naukowa jest efektem projektu POIR.01.01.01-00-0359/19 „Innowacyjny system pomiaru i dopasowywania rozmiaru obuwia” realizowanego w ramach konkursu Narodowego Centrum Badań i Rozwoju „Szybka ścieżka Dostępność Plus”, współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój na lata 2014–2020.

## Bibliografia

1. Nowicki M., Szewczyk R., *Determination of the location and magnetic moment of ferromagnetic objects based on the analysis of magnetovision measurements*, “Sensors”, Vol. 19, No. 2, DOI: 10.3390/s19020337.
2. Billings S., *Field measurements of induced and remanent moments of unexploded ordnance and shrapnel*, “IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing”, Vol. 47, No. 3, 2008, 815–827, DOI: 10.1109/TGRS.2008.2005112.
3. Tumański S., *Handbook of magnetic measurements*. CRC press, 2016.
4. Olsson D.M., Nelson L.S., *The Nelder-Mead simplex procedure for function minimization*. “Technometrics”, Vol. 17, No. 1, 1975, 45–51, DOI: 10.1080/00401706.1975.10489269.
5. Ashlock D., *Evolutionary computation for modeling and optimization*. New York: Springer, 2006, DOI: 10.1007/0-387-31909-3.
6. Schöberl J., *Netgen-4.x*. RWTH Aachen University, Germany, 2009.
7. Malinen M., Råback P., *Elmer finite element solver for multiphysics and multiscale problems*. “Multiscale Modeling Methods for Applications in Materials Science”, Vol. 19, 2013, 101–113.
8. Napieralska-Juszczak E., Komeza K., *Modelowanie pola elektromagnetycznego w rdzeniach anizotropowych*, Politechnika Łódzka, 2012.
9. Hall C.A., *Bicubic interpolation over triangles*. “Journal of Mathematics and Mechanics”, Vol. 19, No. 1, 1969, 1–11.

# Utilization of Finite Element Method for Analysis of Shoe Size Assessment Method Based on Magnetic Field Measurements

**Abstract:** Paper presents utilization of Finite Element Method (FEM) for analysis of usefulness of shoe size assessment method, based on magnetovision measurements. Measurement method based on disturbances of the uniform magnetic field (e.g. Earth’s magnetic field) is presented. Disturbances are caused by loose material of high magnetic permeability placed inside the tested shoe, which adapts to the insides of the shoe. The disturbed magnetic field is measured by the matrix of magnetometers. The values of magnetic field are an input into inverse transformation algorithm which fits the position of matrix sensors into the reference (obtained by FEM) distribution of magnetic field. Based on the fitted parameters of sensors matrix a ratio between the measured and reference shoe size was determined. A FEM-based forward transformation is presented, which allows for generation of three-dimensional array of magnetic field distribution. Initial tests of inverse transformation were conducted successfully. Next steps consisted of tests of inverse transformation method with an inclusion of the typical measurement noise. A FEM-based forward transformation was conducted of a modified shoe model (including simplified screw model). Inverse transformation was conducted but both influence of measurement noise, as well as the presence of additional high permeability material, resulted that the presented shoe size assessment method is not suitable for practical implementation.

**Keywords:** Finite Element Method, magnetovision, inverse transformation, forward transformation, shoe size determination

**dr inż. Paweł Nowak**

pawel.nowak2@pw.edu.pl  
ORCID: 0000-0003-4156-5473

Główny wykonawca w projekcie „Innowacyjny system pomiaru i dopasowywania rozmiaru obuwia”. Pracuje w Instytucie Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Wydziału Mechatroniki Politechniki Warszawskiej. W pracy naukowej zajmuje się szeroko zakrojoną tematyką związaną z baniem i modelowaniem zjawisk magnetycznych i magneto mechanicznych pod kątem opracowań innowacyjnych systemów i urządzeń pomiarowych.

**dr inż. Piotr Gazda**

piotr.gazda92@gmail.com  
ORCID: 0000-0002-6017-6134

Główny wykonawca w projekcie „Innowacyjny system pomiaru i dopasowywania rozmiaru obuwia”. W pracy naukowej zajmuje się rozwojem metod pomiarowych oraz innowacyjnych stanowisk badawczych, zwłaszcza w zakresie zjawisk magneto elektrycznych. Prowadzi również badania nad wykorzystaniem sztucznej inteligencji w systemach pomiarowych.

**dr inż. Michał Nowicki**

michal.nowicki@pw.edu.pl  
ORCID: 0000-0003-2513-952X

Kierownik B+R projektu „Innowacyjny system pomiaru i dopasowywania rozmiaru obuwia”, firma Efilter Sp. z o.o. Pracuje w Instytucie Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Wydziału Mechatroniki Politechniki Warszawskiej oraz na Wydziale Mechanicznym Wileńskiego Uniwersytetu Technicznego. Brał udział w międzynarodowych projektach badawczych we współpracy z ośrodkami naukowymi w Chinach, na Litwie, Słowacji i Ukrainie. Pasjonat nieszablonych rozwiązań. Laureat nagród z obszaru nauki i dydaktyki. Autor ponad 140 publikacji z zakresu magnetyzmu i sensoryki.

**dr inż. Piotr Frydrych**

p.frydrych@katalizator technologii.pl  
ORCID: 0000-0002-6600-2522

Główny wykonawca w projekcie „Innowacyjny system pomiaru i dopasowywania rozmiaru obuwia”. Jest autorem licznych publikacji z zakresu modelowania, metrologii i systemów pomiarowych, jak również ekonomii. W ciągu 10 lat pracy naukowej uczestniczył w wielu projektach badawczo-rozwojowych. Pracował na Politechnice Warszawskiej. Był współwłaścicielem agencji marketingowej i pełnił tam funkcję wiceprezesa, specjalizując się w analizie i prognozowaniu poziomu sprzedaży i obrotów sklepów internetowych. Łączy środowisko naukowe i biznesowe. Wprowadza naukę w praktykę biznesu.

**inż. Natalia Nowicka**

nnowicka@ikolej.pl  
ORCID: 0000-0002-3102-6591

Kierownik Pracowni Wielkości Elektrycznych w Laboratorium Metrologii Instytutu Kolejnictwa. Główne obszary zainteresowań to opracowywanie i automatyzacja stanowisk pomiarowych wielkości elektrycznych oraz wdrażanie nowych metod pomiarowych. Jest konsultantem w dziedzinach metrologii i systemów jakości, szczególnie w zakresie analizy niepewności pomiarowych i akredytacji laboratoriów.

**prof. dr hab. inż. Roman Szewczyk**

roman.szewczyk@piap.lukasiewicz.gov.pl  
ORCID: 0000-0002-1214-1009

Wieloletni pracownik Sieci Badawczej Łukasiewicz – Przemysłowego Instytutu Automatyki i Pomiarów PIAP. Przewodniczący 2. Grupy Roboczej ds. Cyfrowego Wspomagania Przemysłu w Zespole ds. Transformacji Przemysłowej, Ministerstwo Rozwoju (2016–2017). Członek i Z-ca Przewodniczącego 14 Grupy Roboczej ds. Sensorów (w tym biosensorów) i inteligentnych sieci sensorowych w Ministerstwie Gospodarki w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój (2015–2018). Koordynator projektów typu foresight, realizowanych wspólnie z przedsiębiorcami, w których zidentyfikowano kluczowe technologie i kierunki rozwoju dla województwa mazowieckiego oraz branży automatyki, robotyki, techniki pomiarowej w Polsce. Koordynator projektów w ramach Programu Badań Stosowanych (NCBiR) ukierunkowanych na najnowsze technologie, realizowanych wspólnie z krajowymi przedsiębiorcami.

