

Analiza rozkładu sił reakcji podłoża podczas dynamicznie stabilnego chodu robota dwunożnego

Teresa Zielińska
Maciej T. Trojnecki

Praca stanowi kontynuację badań opisanych w publikacji „Generowanie ruchu robota dwunożnego z wykorzystaniem danych opisujących chód człowieka” (PAR 3/2009). Przedstawiono w niej metodę wyznaczania rozkładu sił reakcji podłoża podczas dynamicznie stabilnego chodu robota dwunożnego. Po zapisaniu równań opisujących dynamikę ruchu robota, wyznaczono symbolicznie wartości składowych sił reakcji podłoża oraz współrzędne umownych punktów styczności stóp robota z podłożem.

Analiza rozkładu sił wywieranych przez nogi robota na podłoże jest istotna dla określenia stabilności jego postury, ma też znaczenie dla syntezy sterowania pozycyjno-siłowego.

Analiza rozkładu sił reakcji podłoża (lub sił wywieranych przez nogi robota na podłoże) jest trudnym zagadnieniem. Najprostszy przypadek występuje wtedy, gdy w trakcie ruchu z podłożem styka się tylko jedna noga robota. Robot i podłoże stanowią otwarty łańcuch kinematyczny i można w jednoznaczny sposób wyznaczyć szukane wielkości.

Zagadnienie komplikuje się w przypadku, gdy z podłożem styka się więcej niż jedna noga. Wówczas nogi robota tworzą już z podłożem zamknięty łańcuch kinematyczny i nie można wyznaczyć jednoznacznego rozwiązania.

Na szczególną uwagę zasługuje przypadek, w którym z podłożem stykają się dwie nogi robota. Przykładem może być ruch robotów czteronożnych poruszających się chodami diagonalnymi lub robotów dwunożnych będących w fazie dwupodporowej. W takim przypadku, gdy stopy stykają się z podłożem punktowo, do wyznaczenia jest sześć niewiadomych sił reakcji podłoża (lub sił wywieranych przez nogi robota na podłoże) i można zapisać sześć dynamicznych równań ruchu. Jednakże równania te są osobliwe (rzęd macierzy jest nie większy niż pięć). Jeżeli końce nóg robota mają stopy stykające się z podłożem na jakiejś powierzchni, wówczas należy jeszcze wyznaczyć punkty przyłożenia wypadkowych sił reakcji w obszarze śladów stóp.

Zagadnienie wyznaczenia rozkładu sił reakcji podłoża (lub sił wywieranych przez nogi robota na podłoże) jest jeszcze trudniejsze w przypadku robotów wielonożnych (o sześciu i większej liczbie nóg), gdzie do wyznaczenia jest jeszcze więcej niewiadomych sił

(i ewentualnie umownych punktów styczności stóp z podłożem), a do dyspozycji jest analogiczna liczba dynamicznych równań ruchu.

W literaturze można znaleźć nieliczne przykłady analizy rozkładu sił reakcji podłoża podczas realizacji chodu robotów dwunożnych. Znacznie częściej autorzy koncentrują się na samej realizacji ruchu robota, najczęściej z wykorzystaniem kryterium ZMP (ang. *zero moment point*). Inne metody, głównie inspirowane biologicznie, omówione są m.in. w pracy [10].

Często przy okazji badań eksperymentalnych autorzy rejestrują uzyskane w trakcie badań siły reakcji podłoża lub siły wywierane przez nogi na podłoże, biorąc pod uwagę głównie składowe normalne tych sił. Do rzadkości należą prace, w których autorzy wyznaczają położenie umownych punktów styczności stóp robota z podłożem.

W pracy [2] autorzy koncentrują się na realizacji ruchu robota, bazując na wcześniej wykonanych badaniach symulacyjnych z zastosowaniem platformy programowej OpenHRP. Zarówno w badaniach symulacyjnych, jak i eksperymentalnych wyznaczono składowe normalne siły reakcji podłoża, uwzględniając przy tym mechanizm stopy opisany w postaci modelu tłumik-sprężyna. Mechanizm ten pozwala na zmniejszenie efektu uderzenia stopy o podłoże w momencie rozpoczęcia fazy podporowej.

W artykule [5] autorzy opisują układ sterowania opracowany dla biegnącego robota dwunożnego. Sterownik robota uwzględnia m.in. stabilizację postury robota, absorbowanie uderzenia stóp o podłoże i składowe normalne siły reakcji podłoża. Autorzy prezentują wyniki badań eksperymentalnych biegnącego robota, w tym wartości składowych normalnych sił reakcji podłoża. Robot porusza się na mocno ugiętych nogach, co nie jest obserwowane podczas typowego biegu człowieka. W takim podejściu wymagane są duże wartości momentów napędowych do realizacji ruchu robota. Podobnej tematyce poświęcony jest artykuł [6] tych samych autorów, w którym dodatkowo opisana jest możliwość wykonywania przez robota podskoków.

prof. dr hab. inż. Teresa Zielińska
– Politechnika Warszawska,
dr inż. Maciej T. Trojnecki – Przemysłowy Instytut
Automatyki i Pomiarów w Warszawie

W pracy [1] autorzy opisują metody sterowania ruchem trzech różnych robotów dwunożnych bazując na wynikach badań pasywnych robotów kroczących. Takie odniesienie pozwala m.in. na realizację chodów przy mniejszych wydatkach energetycznych niż ma to miejsce w przypadku chodów niewzorowanych na ruchach pasywnych stymulowanych wyłącznie siłą grawitacji. Autorzy wyznaczają m.in. składowe pionowe siły reakcji podłoża w układzie związanym ze stopami robota podczas realizacji dwóch kroków dla omawianych trzech robotów.

Autorzy niniejszej pracy prowadzili dotychczas badania dotyczące rozkładu sił reakcji podłoża dla robotów czteronożnych, co znalazło odzwierciedlenie w pracach [9, 12, 13].

W artykule pokazano rozwiązanie dotyczące rozkładu sił reakcji podłoża wyznaczone w analogiczny sposób, jak w pracach [12, 13]. Zasadnicza różnica, jeśli chodzi o rozwiązanie, polegała na zupełnie innej konstrukcji stóp robota. W pracach [12, 13] robot miał okrągłe stopy o trzech pasywnych stopniach swobody związanych z możliwością realizacji dwóch niezależnych obrotów i jednego ograniczonego sprężyną przesunięcia. W rozwiązaniu omawianym w pracy robot ma jeden aktywny stopień swobody w kostce związanej z obrotem stopy (jej pochyleniem) i jeden pasywny stopień swobody związany ze sprężyną wbudowaną w stopę.

Robot dwunożny

Praca dotyczy dwunożnego robota kroczącego o dwunastu stopniach swobody. Konstrukcja robota jest omówiona dokładnie w pracy [3], natomiast generowaniu ruchu robota poświęcone były publikacje [4, 7, 11].

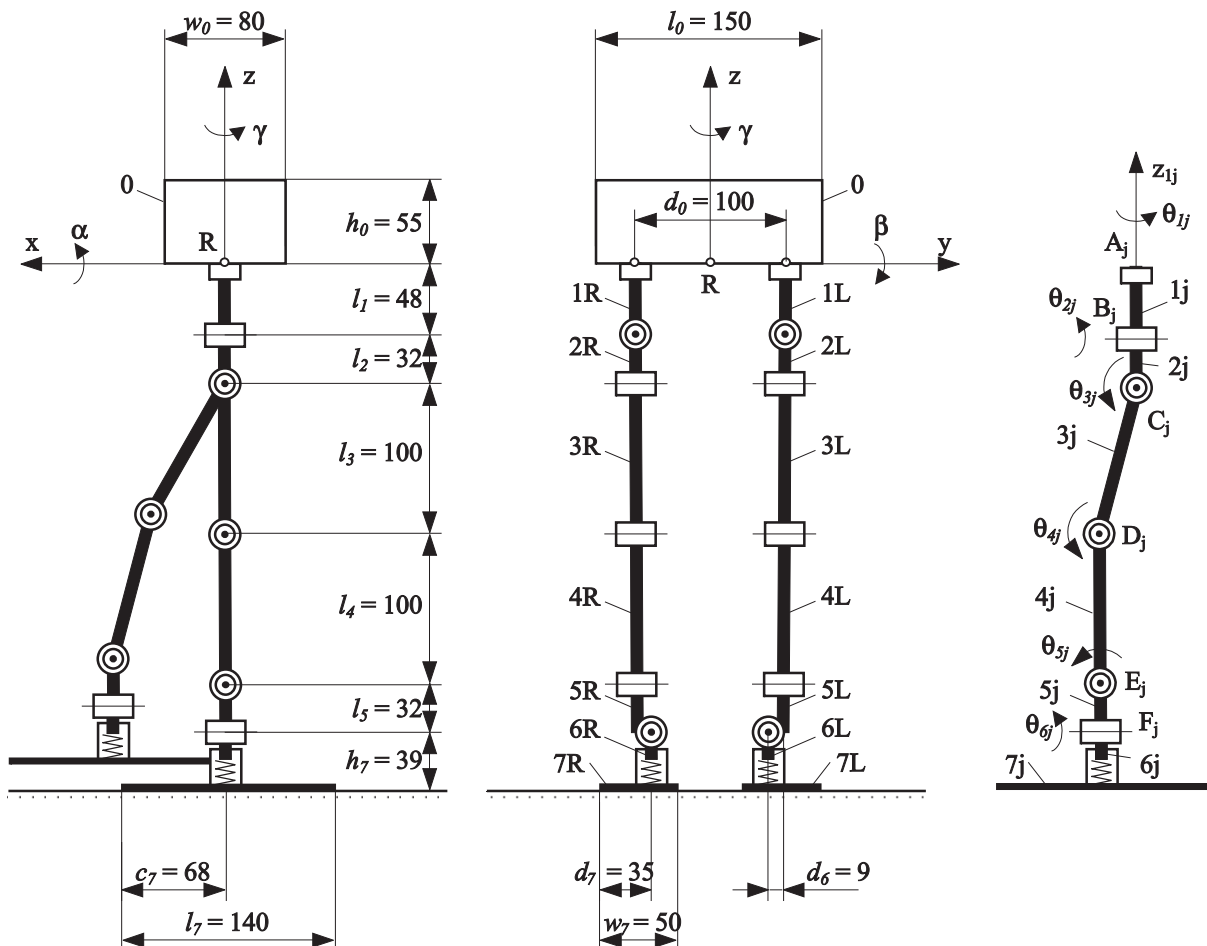
Niniejszy artykuł prezentuje kontynuację badań przedstawionych w publikacji [7]. Na rys. 1 pokazano oznaczenia członów robota, charakterystycznych punktów, kąty związane z orientacją korpusu, układ współrzędnych związany z korpusem oraz kąty przegubowe dla nogi robota. Zaznaczono także istotne wymiary robota. Stosowany jest analogiczny system oznaczeń jak w [7], przy czym dodatkowo uwzględnia się sprężyny zamontowane w stopach robota i wyróżnia dwa osobne człony stóp, tj.: górne 6j i dolne 7j (j={L,R}) – rys. 1.

Model dynamiki robota

Równania dynamiki robota w układzie Rxyz związanym z korpusem robota zapisuje się korzystając z formalizmu Newtona-Eulera, czyli w postaci:

$$m {}^R \ddot{\mathbf{r}}_{CG} = -\sum_k {}^R \mathbf{F}_k + m {}^R \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}} \times \mathbf{I} \dot{\mathbf{q}} = -\sum_k ({}^R \mathbf{r}_k \times {}^R \mathbf{F}_k) + {}^R \mathbf{r}_{CG} \times m {}^R \mathbf{g} \quad (2)$$



Rys. 1. Struktura kinematyczna robota z zaznaczeniem istotnych wymiarów i oznaczeń kątów przegubowych dla j-tej nogi [3, 7]

gdzie: k – oznaczenie podpierającej nogi, ${}^R\mathbf{F}_k$ – siła wywierana przez nogę k na podłoże, ${}^R\mathbf{R}_k = -{}^R\mathbf{F}_k$ – siła reakcji działająca na tę nogę, ${}^R\mathbf{r}_{CG}$, ${}^R\mathbf{r}_k$ – wektory określające położenie środka masy robota i punktu przyłożenia siły reakcji do nogi k , ${}^R\mathbf{g}$ – wektor grawitacji, ${}^R\ddot{\mathbf{r}}_{CG}$ – wektor przyspieszenia bezwzględnego środka masy robota, \mathbf{I} – tensor bezwładności, \mathbf{q} – wektor kątów: przechylenia, pochylenia i odchylenia korpusu robota.

W pracy analizuje się ruch postępowy korpusu robota zakładając przy tym brak przechylenia, pochylenia i odchylenia korpusu robota. W trakcie ruchu występuje wyłącznie wychylenie korpusu robota w lewo bądź prawo w celu odpowiedniego balansowania dynamicznego.

Stąd równanie (2) upraszcza się do postaci:

$$\mathbf{0} = -\sum_k ({}^R\mathbf{r}_k \times {}^R\mathbf{F}_k) + {}^R\mathbf{r}_{CG} \times m {}^R\mathbf{g} \quad (3)$$

Rozkład sił reakcji podłoża w fazie jednopodporowej

W przypadku fazy jednopodporowej $k=s1$ ($s1=L$ lub $s1=R$), czyli nieznaną jest tylko jeden wektor sił reakcji podłoża, który można wyznaczyć bezpośrednio z równania (1):

$$-{}^R\mathbf{F}_{s1} = m {}^R\ddot{\mathbf{r}}_{CG} - m {}^R\mathbf{g} \quad (4)$$

Dla poprawnie zaprojektowanego balansowania dynamicznego robota i braku nierówności podłoża, punkt przyłożenia siły reakcji podłoża dla fazy jednopodporowej (punkt środka nacisku) jest jednocześnie punktem zerowego momentu (na podstawie jednej z interpretacji punktu ZMP [8]), czyli:

$${}^R\mathbf{r}_{s1} = {}^R\mathbf{r}_{ZMP} \quad (5)$$

Rozkład sił reakcji podłoża w fazie dwupodporowej

W przypadku fazy dwupodporowej w równaniach (1) i (3) występują dwa niewiadome wektory sił reakcji podłoża i dwa niewiadome wektory określające położenie punktów przyłożenia tych sił, przy czym z geometrii znane są współrzędne „z” punktów styczności. Zatem ostatecznie w równaniach tych występuje 10 nieznanymi wielkościami (6 składowych sił reakcji podłoża i 4 współrzędne punktów styczności).

W związku z powyższym zachodzi konieczność zdefiniowania dodatkowych czterech równań. Dwa dodatkowe równania wynikają z równowagi sił reakcji podłoża względem punktu zerowego momentu (wg jednej z jego interpretacji [8]):

$${}^R\mathbf{F}_{s1} ({}^R\mathbf{x}_{s1} - {}^R\mathbf{x}_{ZMP}) + {}^R\mathbf{F}_{s2} ({}^R\mathbf{x}_{s2} - {}^R\mathbf{x}_{ZMP}) = \mathbf{0} \quad (6a)$$

$${}^R\mathbf{F}_{s1} ({}^R\mathbf{y}_{s1} - {}^R\mathbf{y}_{ZMP}) + {}^R\mathbf{F}_{s2} ({}^R\mathbf{y}_{s2} - {}^R\mathbf{y}_{ZMP}) = \mathbf{0} \quad (6b)$$

gdzie: $s1, s2$ – odpowiednio pierwsza i druga podparta noga, $s1=L$ i $s2=R$ lub $s1=R$ i $s2=L$.

Jeżeli nie występują nierówności podłoża, tj. stopa na całej powierzchni styka się z podłożem, punkt ZMP jest jednocześnie punktem środkowym nacisku (ang. *centre of pressure*).

Zakłada się, że punkty styczności są przesunięte względem punktów \mathbf{F}_k , a przesunięcia te rozkłada się na 3 składowe, które są równe:

$${}^Rdx_k = {}^R x_k - {}^R x_{Fk}, \quad {}^Rdy_k = {}^R y_k - {}^R y_{Fk}, \quad {}^Rdz_k = -h_0 \quad (7)$$

gdzie: $k = \{L, R\}$.

W celu uzyskania jednoznacznego rozwiązania przyjmuje się założenia upraszczające, że w trakcie fazy dwupodporowej kierunku przesunięć punktów styczności są takie same dla obu nóg robota, czyli:

$$\frac{{}^Rdx_{s1}}{{}^Rdy_{s1}} = \frac{{}^Rdx_{s2}}{{}^Rdy_{s2}} \quad (8)$$

oraz dodatkowo, że wynikają one z kierunku działania na środek masy robota wypadkowej siły pochodzącej od sił ciężkości i bezwładności, czyli że spełnione są równania:

$$\frac{{}^R F_{Xk}}{{}^R F_{Zk}} = \frac{{}^R \ddot{x}_{CG}}{{}^R \ddot{z}_{CG} + {}^R g}, \quad \frac{{}^R F_{Yk}}{{}^R F_{Zk}} = \frac{{}^R \ddot{y}_{CG}}{{}^R \ddot{z}_{CG} + {}^R g} \quad (9)$$

Korzystając jednocześnie z wybranych równań (1, 3, 6, 7, 8, 9) można wyznaczyć składowe sił reakcji podłoża, położenia punktów styczności stóp oraz ich przesunięcia względem punktów \mathbf{F}_k . Jednakże otrzymane tak rozwiązanie jest bardzo złożone i ze względu na osobliwości (w mianownikach niektórych wielkości występuje wyrażenie ${}^R z_{s1} - {}^R z_{s2}$, które w typowym przypadku jest równe 0) nie nadaje się do zastosowania w badaniach symulacyjnych.

W związku z tym, w celu otrzymania rozwiązania w odpowiedniej postaci (prostej i bez osobliwości), proces wyznaczania rozwiązań podzielono na kilka etapów. W pierwszej kolejności wyznacza się z tych równań, np. korzystając z drugiego i z trzeciego z równań (1), z drugiego z równań (3) oraz z równania (6b), składowe normalne sił reakcji podłoża w postaci:

$${}^R F_{Zs1} = \frac{m(g + {}^R \ddot{z}_{CG})({}^R y_{ZMP} - {}^R y_{Fs2})}{{}^R y_{Fs1} - {}^R y_{Fs2}} \quad (10)$$

$${}^R F_{Zs2} = \frac{m(g + {}^R \ddot{z}_{CG})({}^R y_{Fs1} - {}^R y_{ZMP})}{{}^R y_{Fs1} - {}^R y_{Fs2}}$$

Następnie korzystając z pierwszych dwóch z równań (1)¹ i ostatniego równania spośród równań (3) oraz z równań (6a), (9) uzyskuje się jedno z możliwych rozwiązań na składowe x i y sił reakcji podłoża:

$${}^R F_{Xk} = \frac{{}^R \ddot{x}_{CG}}{{}^R \ddot{z}_{CG} + {}^R g} {}^R F_{Zk}, \quad {}^R F_{Yk} = \frac{{}^R \ddot{y}_{CG}}{{}^R \ddot{z}_{CG} + {}^R g} {}^R F_{Zk} \quad (11)$$

gdzie: k – oznaczenie podpartej nogi, $k = \{L, R\}$.

¹ Równania (1) – (5) są równaniami wektorowymi. Każde z nich odpowiada trzem równaniami skalarnymi.

Przesunięcia punktów styczności wyznacza się w funkcji przesunięcia z równań (6a, 8) i z pierwszego z równań (3) oraz uwzględniając zależności (7), przy czym:

$${}^R dx_{s2} = - \frac{{}^R F_{Zs1} ({}^R x_{Fs1} - {}^R x_{ZMP}) + {}^R F_{Zs2} ({}^R x_{Fs2} - {}^R x_{ZMP})}{{}^R F_{Zs2}} \quad (12)$$

Podstawiając:

$${}^R dx_{s1} = - \frac{{}^R F_{Zs1} ({}^R x_{Fs1} - {}^R x_{ZMP}) + {}^R F_{Zs2} ({}^R x_{Fs2} - {}^R x_{ZMP})}{2 {}^R F_{Zs1}} \quad (13)$$

do zbioru rozwiązań otrzymuje się ostatecznie rozwiązanie w postaci:

$${}^R dx_k = - \frac{{}^R F_{Zs1} ({}^R x_{Fs1} - {}^R x_{ZMP}) + {}^R F_{Zs2} ({}^R x_{Fs2} - {}^R x_{ZMP})}{2 {}^R F_{Zk}} \quad (14a)$$

$${}^R dy_k = - \frac{{}^R F_{Ys1} {}^R z_{s1} + {}^R F_{Ys2} {}^R y_{s2} + {}^R F_{Zs1} {}^R y_{Fs1} + {}^R F_{Zs2} {}^R y_{Fs2} + m^R g^R \ddot{y}_{CG}}{2 {}^R F_{Zk}} \quad (14b)$$

gdzie: k - oznaczenie nogi, $k = \{L, R\}$.

Uzyskane w ten sposób rozwiązanie jest jednym z możliwych.

Siły reakcji sprężyn

W stopach robota znajdują się wyłączniki chwilowe ze sprężynami. Zależność pomiędzy deformacją sprężyny a działającą siłą zapisuje się jako:

$$R_j = \begin{cases} 0 & \text{dla } h_j = h_{max} \\ k_s (h_{max} - h_j) & \text{dla } h_{min} < h_j < h_{max} \\ R_{zj} - m_6 g_z & \text{dla } h_j = h_{min} \end{cases} \quad (15)$$

gdzie: $k_s \approx 300$ N/m - stała sprężyny, j - oznaczenie nogi ($j = \{L, R\}$) podpartej lub przenoszona, R_j - siła przenoszona przez sprężynę, h_j - wysokość stopy, $h_{min} = 0,039$ m, $h_{max} = 0,049$ m, minimalna i maksymalna wysokość stopy odpowiadająca odpowiednio przypadkowi maksymalnej i minimalnej deformacji sprężyny.

Zakłada się, że dana stopa robota znajduje się w fazie podparcia, jeżeli deformacja sprężyny jest maksymalna, czyli jeżeli: $R_j \geq R_{min} = k_s (h_{max} - h_{min}) = 3$ N.

Podana zależność (15) odnosi się do dowolnej fazy ruchu nogi j .

Warunek unikania poślizgu

Z kolei minimalne dopuszczalne wartości współczynników tarcia ślizgowego dla współpracy stóp robota z podłożem określa się na podstawie zależności:

$$\mu_k = \sqrt{F_{Xk}^2 + F_{Yk}^2} / |F_{Zk}| \quad (16)$$

Zależność (16) dotyczy fazy podparcia danej nogi, w przypadku fazy przenoszenia minimalna dopuszczalna wartość współczynnika tarcia ślizgowego jest równa 0.

Podsumowanie i kierunki dalszych badań

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania rozkładu sił reakcji podłoża podczas dynamicznie stabilnego chodu robota dwunożnego. Po zapisaniu niezbędnych równań, wynikających z ruchu robota oraz z przyjętych założeń upraszczających, wyznaczono z nich symbolicznie wartości składowych sił reakcji podłoża oraz współrzędne umownych punktów styczności. Podano także zależność wynikającą z zastosowania sprężyn w stopach robota oraz warunek unikania poślizgu.

Dalsze badania będą dotyczyły analiz symulacyjnych polegających na numerycznym wyznaczeniu rozkładu sił reakcji podłoża z zastosowaniem omówionej w pracy metody. Jako wzorce ruchu zostaną tu wykorzystane dane zarejestrowane w czasie chodu człowieka.

Niniejsza praca została zrealizowana w ramach projektu badawczego finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego pt. „Analiza mechanizmów stabilizacji lokomocji dwunożnej, opracowanie metod syntezy ruchu z wykorzystaniem wzorców biologicznych” o numerze N N514 297935.

Bibliografia

- Anderson S. O., Wisse M., Atkeson C.G., Hodgins J.K., Zeglin G.J., Moyer B.: *Powered Biped Based on Passive Dynamic Principles*, Proceedings of 2005 5th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots.
- Hirohisa Hirukawa, Fumio Kanehiro, Shuji Kajita, Kiyoshi Fujiwara, Kazuhito Yokoi, Kenji Kaneko, Kensuke Harada: *Experimental Evaluation of the Dynamic Simulation of Biped Walking of Humanoid Robots*, Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Taipei, Taiwan, September 2003, p. 14-19.
- Kryczka P.: *An anthropomorphic biped: prototype and control system*. Praca dyplomowa inżynierska, Politechnika Warszawska, Warszawa 2007.
- Kryczka P., Chee-Meng Ch.: *The Design of a Humanoid Biped for the Research on the Gait Pattern Generators*, Advances in Climbing and Walking Robots, Eds. Ming Xie et al., World Scientific 2007, p. 435-444.
- Shuji Kajita, Takashi Nagasaki, Kenji Kaneko, Kazuhito Yokoi, Kazuo Tanie: *A Running Controller of Humanoid Biped HRP-2LR*, Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 2005, p. 618-624.
- Shuji Kajita, Takashi Nagasaki, Kenji Kaneko, Kazuhito Yokoi, Kazuo Tanie: *A Hop towards*

- Running Humanoid Biped*, Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, New Orleans, LA, April 2004, p. 629–635.
7. Trojnacki M.: *Generowanie ruchu robota dwunożnego z wykorzystaniem danych opisujących chód człowieka*, Pomiary Automatyka Robotyka 3/2009, s. 14–19.
 8. Vukobratović M., Borovac B.V.: *Zero-Moment Point - thirty five years of its life*, International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 1, No. 1 (2004), p. 157–173.
 9. Zhou D., Low K.H., Zielińska T.: *An efficient foot-force distribution algorithm for quadruped walking robots*, Robotica (2000) vol. 18, p. 403–413.
 10. Zielińska T.: *Maszyny kroczące. Podstawy, projektowanie, sterowanie i wzorce biologiczne*, PWN, Warszawa 2003.
 11. Zielińska T., Chee-Meng Ch., Kryczka P., Jargilo P.: *Robot Gait Synthesis using the scheme of human motion skills development*, Mechanism and Machines Theory, Elsevier 2008, 2008.09.07.
 12. Zielińska T., Trojnacki M.: *Synteza dynamicznie stabilnego chodu dwupodporowego czteronożnego robota kroczącego. Rozważania teoretyczne (1)*, Pomiary Automatyka Robotyka 11/2007, s. 5–11.
 13. Zielińska T., Trojnacki M.: *Dynamical approach to the diagonal gait synthesis: theory and experiments*, Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, volume 3, N° 2, 2009, p. 3–7. ■