

Struktura regulacji PI-PI dla serwomechanizmu przemysłowego

Andrzej Bożek

Politechnika Rzeszowska, Katedra Informatyki i Automatyki, ul. W. Pola 2, 35-021 Rzeszów

Streszczenie: W pracy wskazano najważniejsze zalety stosowania struktury regulacyjnej PI-PI dla serwomechanizmu, które gwarantują dokładność śledzenia trajektorii zadanej i kompensacji zakłóceń. Przeanalizowano stabilność takiego serwomechanizmu. Zaproponowano kilka wariantów rozszerzenia struktury P-PI, typowej dla sterowników serwomechanizmów przemysłowych, prowadzących do uzyskania pełnej struktury PI-PI. Przeprowadzono testową implementację wszystkich wariantów w oparciu o wybrany system serwomechanizmu i zbadano przebiegi regulacyjne z uwzględnieniem reakcji na skokowe i liniowe zmiany wielkości zadanej oraz zakłócenia. Wyniki eksperymentalne potwierdziły przewidywane zalety struktury regulacyjnej PI-PI, a jednocześnie wskazały pewne trudności i pułapki, których warto unikać w takiej implementacji.

Słowa kluczowe: serwomechanizm, regulacja kaskadowa położenie-prędkość, struktura regulacji PI-PI, kompensacja zakłóceń

1. Wprowadzenie

Według podstaw teorii sterowania, akcja całkująca w regulatorze poprawia dokładność pracy układu regulacji, w szczególności zapewnia eliminację uchybu ustalonego dla regulacji stałowartościowej i kompensację stałowartościowego zakłócenia. Zwiększanie liczby członów całkujących w strukturze regulacyjnej jeszcze bardziej wzmacnia działanie kompensujące oraz obejmuje nim uchyby wywołane sygnałami o coraz większej dynamice w sensie stopnia wielomianu względem czasu. Z drugiej strony, dodawanie członów całkujących zmniejsza zapas stabilności układu, pogłębia tendencję do oscylacji, zwiększa wrażliwość na wartości nastaw i jakość sprzężenia zwrotnego, w tym długość i regularność czasu próbkowania, jeśli sterowanie realizuje regulator cyfrowy [1, 2]. Jako kompromis, w praktyce implementacji serwomechanizmów elektrycznych przeznaczonych do zastosowań przemysłowych utrwalilo się użycie regulatorów z pojedynczym całkowaniem. Jest to naturalny i uzasadniony wybór. Z jednej strony pojedyncza akcja całkująca wystarcza do dokładnego pozycjonowania przy stałej lub wolnozmienniej wielkości zadanej oraz do kompensacji zakłócenia w formie tarcia, z drugiej strony spory zapas stabilności zapewnia dobrą tolerancję na zmiany nastaw regulatora oraz parametrów obiektu i w efekcie umożliwia łatwe strojenie, w praktyce wykonywane eksperymentalnie. Powstaje pytanie o możliwość i zasadność rozszerzenia implementacji do podwój-

nej akcji całkującej. Czy jest to technicznie wykonalne? Jakie zalety i wady przyniesie takie rozwiązanie i w jakich okolicznościach może być korzystne?

W pracy jest rozważany serwomechanizm z napędem o dynamice podwójnie całkującej, tzn. z transmitancją łączącą sterowanie z położeniem postaci $G_o(s) = k_o / s^2$. Taką dynamikę mają napędy przetwarzające sygnał sterowania proporcjonalnie na siłę lub moment obrotowy, a w konsekwencji na przyspieszenie ruchu [3]. Ta cecha jest typowa dla współczesnych napędów elektrycznych, w szczególności stosowanych w serwomechanizmach przemysłowych. Warto zaznaczyć, że koincydencja podwójnie całkującego modelu obiektu oraz struktury regulacyjnej z podwójną akcją całkującą jest przypadkowa. Dwukrotność całkowania nie jest tu własnością w żaden sposób dopasowującą regulator z obiektem, ale konsekwencją niezależnego doboru obu tych komponentów.

W przypadku serwomechanizmów przemysłowych naturalną formą regulacji z podwójnym całkowaniem jest struktura kaskadowa PI-PI z dwoma regulatorami typu proporcjonalno-całkującego. Implementacja taka charakteryzuje się podwójną akcją całkującą, a jednocześnie realizuje zagnieżdżone pętle regulacji położenia i prędkości, co jest praktycznym standardem w strukturach regulacyjnych serwomechanizmów. Zwykle sięga się po implementację PI-PI, gdy układ powinien dobrze kompensować zakłócenia [4]. Strojenie takich struktur było rozważane w kilku wcześniejszych pracach. W szczególności zaproponowano zwiększe analityczne formuły na nastawy regulatorów zapewniające zadany czas regulacji i brak przeregulowania. Zastosowano dwa podejścia formalne, regulator z podwójnym zerem [5] zaprojektowany przy pomocy metody linii pierwiastkowych [6] oraz strukturę z wielokrotnym biegunem układu zamkniętego [7], uzyskując formuły o innych współczynnikach, które prowadzą do odpowiedzi o jednakowym czasie regulacji, ale nieco różnych kształtach.

Mimo wymienionych zalet regulacji z podwójną akcją całkującą i istniejących wzorów określających nastawy, wdrożenie struktury PI-PI do serwomechanizmu przemysłowego pozostaje

Autor korespondujący:

Andrzej Bożek, abozek@prz.edu.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 12.03.2026 r., przyjęty do druku 23.06.2026 r.

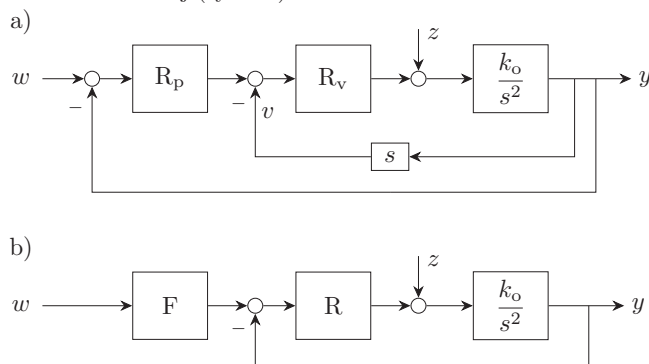


Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Int.

rzeczą niełatwą, co jest spowodowane przez dwie główne przyczyny. Po pierwsze, praktycznie wszystkie sterowniki serwomechanizmów mają wbudowaną sztywną strukturę regulacji P-PI [8, 9], która dla położenia zawiera tylko regulator proporcjonalny. Po drugie, koncepcje strojenia serwomechanizmów, typowe w poradnikach branżowych i dokumentacji technicznej, bazują na metodach częstotliwościowych, raczej relatywnym niż bezwzględny traktowaniu wartości nastaw oraz na wykorzystaniu mechanizmów samostrojenia. Są to metody skuteczne i wygodne dla praktyków, jednak znacząco różne od podejścia opartego na eksperymentalnej identyfikacji obiektu [10] i obliczeniu nastaw na podstawie projektowego czasu regulacji. Badania przedstawione w niniejszej pracy pokazują, jak pokonać wymienione trudności i zaimplementować regulację z podwójnym całkowaniem dla typowego serwomechanizmu przemysłowego połączonego ze sterownikiem PLC.

2. Podwójne całkowanie w strukturze regulacji serwomechanizmu

Standardowa struktura regulacyjna serwomechanizmu ma postać przedstawioną na rys. 1a, z kaskadowo złożonymi pętlami regulacji położenia i prędkości, opartymi odpowiednio na regulatorach R_p i R_v . Blok o transmitancji k_o / s^2 reprezentuje sterowany obiekt. Za pomocą prostych przekształceń schematów blokowych można pokazać, że wyjściowa struktura jest równoważna strukturze z pojedynczą pętlą objętą jednostkowym sprzężeniem zwrotnym poprzedzonej filtrem wstępnym wielkości zadanej (rys. 1b).



Rys. 1. Równoważne struktury regulacji serwomechanizmu: a) forma kaskadowa położenie-prędkość, b) forma jednoobwodowa z filtrem wstępnym

Fig. 1. Equivalent servo control structures: a) position-speed cascade, b) single loop with prefilter

2.1. Dokładność i kompensacja zakłóceń

Transmitancjom regulatorów ze struktury P-PI (rys. 1a), tzn.

$$R_p(s) = k_{pp}, \quad R_v(s) = k_{pv} + \frac{k_{iv}}{s}, \quad (1)$$

odpowiadają transmitancje równoważnego modelu z rys. 1b [5]

$$R^{P-PI}(s) = (k_{pp} k_{pv} + k_{iv}) + \frac{k_{pp} k_{iv}}{s} + k_{pv} s, \quad (2)$$

$$F^{P-PI}(s) = \frac{k_{pp}}{s + k_{pp}}.$$

Tor główny zawiera trzy integratory, zatem umożliwia dokładne śledzenie wielkości zadanej w postaci wielomianów drugiego stopnia. Filtr wstępny wprowadza jednak uchyb już dla sygnału liniowo zmiennego, w szczególności dla wielkości zadanej vt , $v = \text{const}$, uchyb wyniesie

$$e_v^{P-PI} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{v}{s^2} \left(1 - \frac{k_{pp}}{s + k_{pp}} \right) = \frac{v}{k_{pp}}. \quad (3)$$

Pojedyncza akcja całkująca w regulatorze $R(s)$ oznacza, że układ będzie skutecznie kompensował tylko zakłócenia stałowartościowe, utrzyma stały błąd dla zakłóceń zmiennych liniowo, a błąd będzie narastał dla przebiegów zakłócających wyższych rzędów. Struktura regulacji serwomechanizmu typu P-PI nie wykazuje zatem zbyt dobrej dokładności, a często taka może być wymagana, ponieważ serwomechanizmy z natury pracują w reżimie regulacji nadążnej i podlegają nieuniknionemu wpływowi zakłóceń.

Wprowadzenie podwójnej akcji całkującej do struktury P-PI następuje przez rozszerzenie regulatora położenia $R_p(s)$ z (1) do formy regulatora PI

$$R_p(s) = k_{pp} + \frac{k_{ip}}{s}. \quad (4)$$

Bloki równoważnego układu z rys. 1b uzyskują w takim przypadku postać [5]

$$R^{PI-PI}(s) = \frac{(s^2 + k_{pp}s + k_{ip})(k_{pv}s + k_{iv})}{s^2}, \quad (5)$$

$$F^{PI-PI}(s) = \frac{k_{pp}s + k_{ip}}{s^2 + k_{pp}s + k_{ip}}.$$

Dokładność śledzenia wielkości zadanej ogranicza tutaj ponownie filtr F , przy czym dla sygnału vt uchyb ustalony wynosi

$$e_v^{PI-PI} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{v}{s^2} \left(1 - \frac{k_{pp}s + k_{ip}}{s^2 + k_{pp}s + k_{ip}} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{vs}{s^2 + k_{pp}s + k_{ip}} = 0. \quad (6)$$

Tym razem zatem zmienna liniowo trajektoria zadana będzie śledzona bez uchybu. Zakłócenie liniowo zmienne będzie także całkowicie kompensowane w stanie ustalonym, ponieważ regulator w jednoobwodowej reprezentacji z rys. 1b zawiera podwójne całkowanie. Jest to znaczna poprawa dokładności względem uzyskanej dla struktury P-PI. Należy jednak dodać, że dokładność śledzenia wielkości zadanej występuje kosztem przeregulowania powstającego przy jej skokowych zmianach. Przeregulowanie można wyeliminować stosując dodatkowy filtr wielkości zadanej

$$F^*(s) = \frac{k_{ip}}{k_{pp}s + k_{ip}}, \quad (7)$$

poprzedzający strukturę regulacji z rys. 1, który redukuje zero wprowadzone przez wewnętrzny filtr $F^{PI-PI}(s)$ z (5). Po zastosowaniu tego dodatkowego filtra wystąpi już uchyb dla liniowo zmiennej trajektorii.

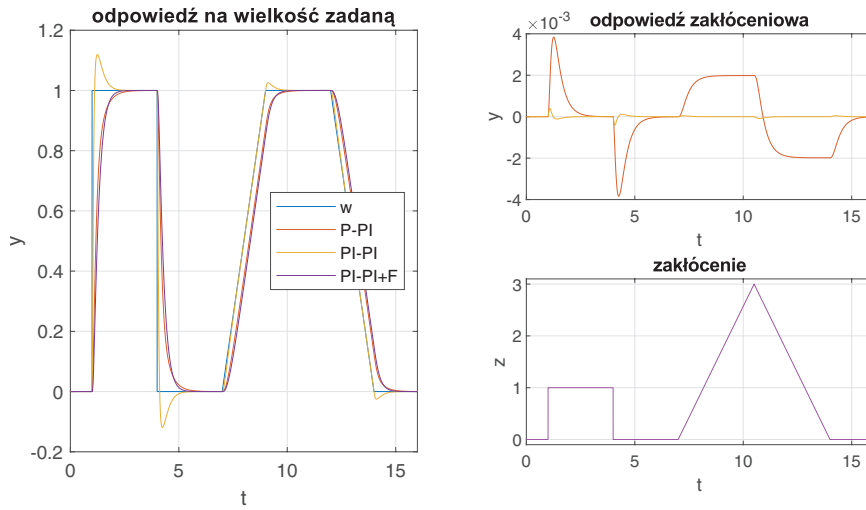
Przedstawione porównanie struktur regulacyjnych P-PI oraz PI-PI dotyczy cech niezależnych od nastaw. Będą one występowały dla dowolnego stabilnie nastrojonego układu. Aby wykonać działania praktyczne, w niniejszej pracy zostały użyte formuły wyprowadzone w [5], które dla zadanego czasu regulacji t_r przydzielają wzmocnienia

$$k_{pp} = \frac{4}{t_r}, \quad k_{pv} = \frac{27}{k_o t_r^2}, \quad k_{iv} = \frac{108}{k_o t_r^2}, \quad (8)$$

w przypadku struktury P-PI, oraz

$$k_{pp} = \frac{15}{t_r}, \quad k_{ip} = \frac{50}{t_r^2}, \quad k_{pv} = \frac{80}{k_o t_r}, \quad k_{iv} = \frac{800}{k_o t_r^2} \quad (9)$$

dla struktury PI-PI.



Rys. 2. Symulacyjne porównanie struktur regulacyjnych P-PI oraz PI-PI
Fig. 2. Simulation comparison of the P-PI and PI-PI control structures

W celu podsumowania teoretycznej analizy struktur P-PI oraz PI-PI wykonano symulację działania układów nastrojonych według wzorów (8) i (9). Odpowiedzi na zmiany wielkości zadanej oraz odpowiedzi zakłócenia są przedstawione na rys. 2.

Odpowiedzi skokowe i śledzenie trajektorii liniowej są praktycznie nierozróżnialne dla obu struktur, o ile w przypadku PI-PI zostanie zastosowany filtr $F^*(s)$ kompensujący przeregulowanie. Dla struktury PI-PI filtr ten można jednak pominąć uzyskując bezużyteczne odtwarzanie przebiegu liniowo zmiennego, co nie jest możliwe dla przypadku P-PI, w którym filtr inercyjny pierwszego rzędu $F^{PI-PI}(s)$ z (2) jest elementem wewnętrznym zasadniczej struktury (rys. 1b). Szczególnie dużą różnicę w działaniu dwóch struktur regulacji widać w przypadku odpowiedzi zakłócenia, znacznie lepiej stłumionej w przypadku PI-PI.

2.2. Stabilność i parametry krytyczne

Transmitancję zastępczą układu otwartego struktury PI-PI otrzymuje się na podstawie transmitancji $R^{PI-PI}(s)$ (5) jednoobwodowego modelu równoważnego z rys. 1b. Dla nastaw (9) uzyskuje ona postać

$$\begin{aligned} G_{op}^{PI-PI}(s) &= R^{PI-PI}(s) \frac{k_o}{s^2} \\ &= \frac{\left(s^2 + \frac{15}{t_r} s + \frac{50}{t_r^2} \right) \left(\frac{80}{k_o t_r} s + \frac{800}{k_o t_r^2} \right)}{s^2} k_o \quad (10) \\ &= \left(1 + \frac{15}{t_r s} + \frac{50}{(t_r s)^2} \right) \left(\frac{80}{t_r s} + \frac{800}{(t_r s)^2} \right). \end{aligned}$$

Podstawienie $t_r s = \tilde{s}$ w (10), a następnie podstawienie $\tilde{s} = j\tilde{\omega}$ i proste przekształcenia prowadzą do transmitancji widmowej układu otwartego

$$G_{op}^{PI-PI}(j\tilde{\omega}) = 80 \frac{(5 + j\tilde{\omega})(10 + j\tilde{\omega})^2}{\tilde{\omega}^4} \quad (11)$$

z pulsacją $\tilde{\omega} = t_r \omega$ odpowiadającą czasowi znormalizowanemu względem czasu regulacji t_r . Wszystkie współczynniki transmitancji (11) są ustalone, można ją zatem zbadać metodami numerycznymi. Na wykresie z rys. 3a przedstawiono charakterystyki Bodego tej transmitancji, a w tabeli 1 zamieszczono wynikające z nich parametry dotyczące stabilności: pulsacje znormalizowane $\tilde{\omega}_1 = \omega_1 t_r$ i $\tilde{\omega}_n = \omega_n t_r$, odpowiednio dla wzmocnienia jednostkowego i fazy $-\pi$, a także zapas wzmocnienia GM i zapas fazy PM .

Przebieg linii pierwiastkowych dla rozważanego układu ([5], rys. 7) pokazuje, że będzie on niestabilny dla zbyt małych wzmocnień toru otwartego. Z tego powodu zapas modułu GM w tabeli 1 jest mniejszy od 1, reprezentując zmniejszenie wzmocnienia, które doprowadzi układ do granicy stabilności. Linie pierwiastkowe wskazują również, że zwiększanie wzmocnienia nie spowoduje utraty stabilności, lecz będzie nieograniczenie przyspieszać odpowiedź układu, zakładając wyidealizowaną sytuację utrzymania liniowej pracy serwomechanizmu.

Tabela 1. Stabilność serwomechanizmów z regulacją P-PI oraz PI-PI
Table 1. Stability of servos with P-PI and PI-PI control

	Zapas stabilności				Parametry krytyczne	
	$\omega_n t_r$	$\omega_1 t_r$	GM	$PM [^\circ]$	τ^{cr} / t_r	T_f^{cr} / t_r
P-PI	4,00	27,6	0,0741	73,5	0,0465	0,148
PI-PI	14,1	81,4	0,111	72,5	0,0155	0,0475

Istotną w praktyce cechą serwomechanizmu jest odporność na opóźnienie w torze sygnału regulator-obiekt-regulator. Opóźnienie takie jest nieuniknione we współczesnych cyfrowych realizacjach serwomechanizmów. Na podstawie danych $\tilde{\omega}_1$ i PM można wyznaczyć opóźnienie krytyczne (znormalizowane względem czasu regulacji)

$$\tau^{cr} / t_r = PM / \tilde{\omega}_1, \quad (12)$$

dla którego układ osiąga granicę stabilności określoną przez zapas fazy. Jego wartość również zamieszczono w tabeli 1.

Rzeczywiste serwomechanizmy przemysłowe są zwykle wyposażone tylko w czujniki położenia, a prędkość jest obliczana. Podstawową metodę obliczeń stanowi różniczkowanie z filtracją inercyjną (różniczkowanie rzeczywiste). Takie różniczkowanie w strukturze kaskadowej (rys. 1a) modelowane jest zastąpieniem bloku s przez blok $s / (T_f s + 1)$, gdzie T_f jest stałą czasową filtracji. Po przełożeniu tej modyfikacji dla struktury PI-PI na równoważny model z rys. 1b, transmitancja $R^{PI-PI}(s)$ zmienia się na

$$R^{PI-PI-F}(s) = \frac{\left(\frac{s^2}{T_f s + 1} + k_{pp} s + k_{ip} \right) (k_{pv} s + k_{iv})}{s^2}. \quad (13)$$

Na podstawie transmitancji (13), wykonując działania wcześniej omówione w odniesieniu do (10) i (11), uzyskuje się transmitancję widmową układu otwartego

$$G_{op}^{PI-PI-F}(j\tilde{\omega}) = 80 \frac{(10 + j\tilde{\omega})[(50 + 15j\tilde{\omega} - \tilde{\omega}^2) + 5(10j\tilde{\omega} - 3\tilde{\omega}^2)f]}{\tilde{\omega}^4(1 + j\tilde{\omega}f)}, \quad (14)$$

gdzie $f = T_f / t_r$. Na wykresie z rys. 3b przedstawiono zapas fazy układu z transmitancją toru otwartego (14) w funkcji T_f / t_r , a odczytaną z niego krytyczną wartość znormalizowanej stałej czasowej filtracji T_f^{cr} / t_r zamieszczono w tabeli 1.

Odpowiedniki wszystkich wyników zaprezentowanych na wykresach z rys. 3 oraz w tabeli 1 dla struktury PI-PI przygotowano i przedstawiono również w odniesieniu do struktury P-PI z nastawami (8). Wymagało to analogicznych, ale nieco prostszych działań. Dzięki temu wyniki dotyczące stabilności serwomechanizmu ze strukturą P-PI posłużą jako dane referencyjne dla oceny stabilności struktury PI-PI. Zgodnie z tabelą 1, serwomechanizm z regulacją P-PI ma korzystniejszy zapas wzmocnienia, w sensie dopuszczalnego zmniejszenia wzmocnienia bez utraty stabilności. Porównywane struktury mają prawie identyczny zapas fazy, z niewielką przewagą wariantu P-PI. Znaczna różnica pulsacji $\tilde{\omega}$ powoduje jednak, że opóźnienie krytyczne jest trzy razy krótsze w przypadku PI-PI. W podobnej proporcji pozostają wartości krytycznej stałej czasowej filtracji prędkości. Takie wartości parametrów krytycznych oznaczają silniejsze wymagania co do jakości sprzętowej serwomechanizmu z regulacją PI-PI. Wymagane są mniejsze opóźnienia w torze sterowania i mniejsze szумы sygnału prędkości, co stanowi koszt zalet przedstawionych wcześniej w sekcji 2.1.

3. Implementacja regulacji PI-PI

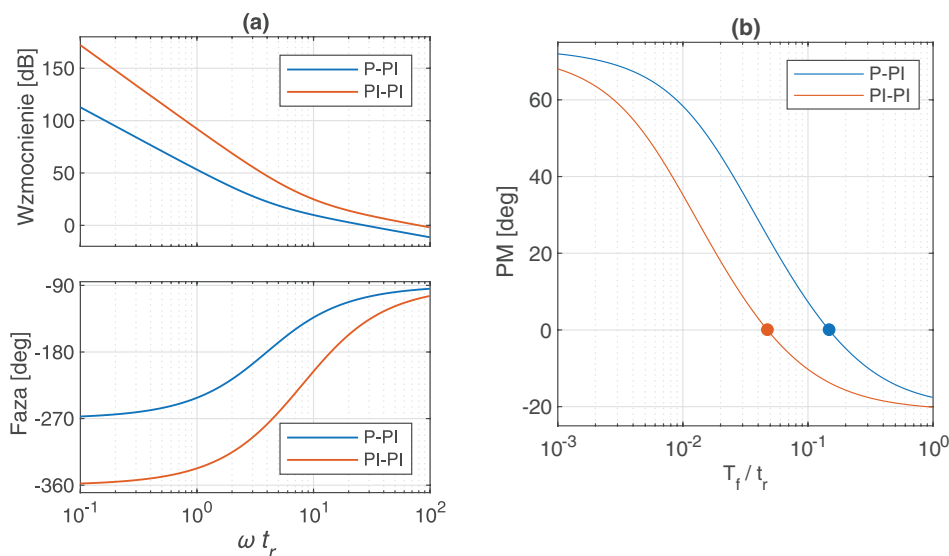
Sposób obsługi, podstawowe funkcje i możliwości różnych elektrycznych serwomechanizmów przemysłowych są podobne, ale mogą różnić się w szczegółach. Omówioną implementację wykonano z użyciem zestawu serwomechanizmu ze sterownikiem ASD-B3A-0421-E i silnikiem ECM-B3MC20604RS1 firmy Delta, nadrzędne sterowanie realizował sterownik PLC AX-308EA0MA1P tej samej firmy, przeznaczony do systemów sterowania napędem. Komunikacja między sterownikiem PLC i sterownikiem silnika odbywała się przez przemysłowy protokół czasu rzeczywistego EtherCAT [11, A1]. Silnik napędzał moduł ruchu liniowego ze śrubą kulową.

3.1. Struktura regulacji serwomechanizmu i jej parametry

Rozważany system serwomechanizmu ma wbudowaną w sterownik silnika strukturę regulacji P-PI. Wspomniane we wprowadzeniu ukierunkowanie praktyczne dokumentacji systemu, skoncentrowane na metodach częstotliwościowych i strojeniu eksperymentalnym powoduje, że nie jest jasne, czy wbudowana w sterownik struktura jest równoważna tej z rys. 1a i czy w konsekwencji można do niej bezpośrednio zastosować nastawy (8). W szczególności kluczowe są korelacje parametrów konfiguracyjnych sterownika ze wzmocnieniami (8). Na podstawie wnikliwej analizy dokumentacji oraz pomocniczych eksperymentów ustalono, że struktura regulacji wbudowana w sterownik wygląda jak na dolnej części rys. 4, a parametry konfiguracyjne rzeczywiście są równoważne wzmocnieniom: $K_p \equiv k_{pp}$, $K_v \equiv k_{pv}$. Implementacja regulatora prędkości w sterowniku silnika (int-R_v) nie ma bezpośredniego odpowiednika wzmocnienia całkującego k_{iv} , ale zamiast niego współczynnik $\kappa_v = k_{iv} / k_{pv}$, będący odwrotnością czasu zdwojenia. Wszystkim trzem nastawom należy przypisać jednostkę 1/s, ponieważ struktura zachowuje przyjętą przez użytkownika jednostkę położenia u i sygnał po przejściu przez regulator int-R_p uzyskuje miano u/s , a za regulatorem int-R_v miano przyspieszenia u/s^2 , powracając do u po scałkowaniu w fizycznym obiekcie. Blok regulatora momentu TC wytwarza moment obrotowy silnika równy w Nm wartości sygnału wejściowego (zakłada się, że jest on wystarczająco szybki, aby nie wpływać na pętle prędkości i położenia), natomiast blok $\hat{J}$ zawiera zidentyfikowaną wartość momentu bezwładności, która w sensie liczbowym redukuje się z realnym momentem bezwładności układu modelowanego przez blok $1/J$. Taka realizacja powoduje, że efektywne wzmocnienie toru złożonego z bloków kolejno $\hat{J}$, TC i $1/J$ jest jednostkowe, a zatem od strony regulatora prędkości int-R_v obiekt widziany jest jako mający wzmocnienie $k_o^{int} = 1$ lub, innymi słowy, jako blok kinematyczny, realizujący ruch z przyspieszeniem zadany przez regulator prędkości z zachowaniem jednostki położenia. W strojeniu układu ważna jest dokładna identyfikacja momentu bezwładności, ponieważ przekłada się ona na precyzję opisanej normalizacji $k_o^{int} = 1$.

3.2. Warianty implementacji

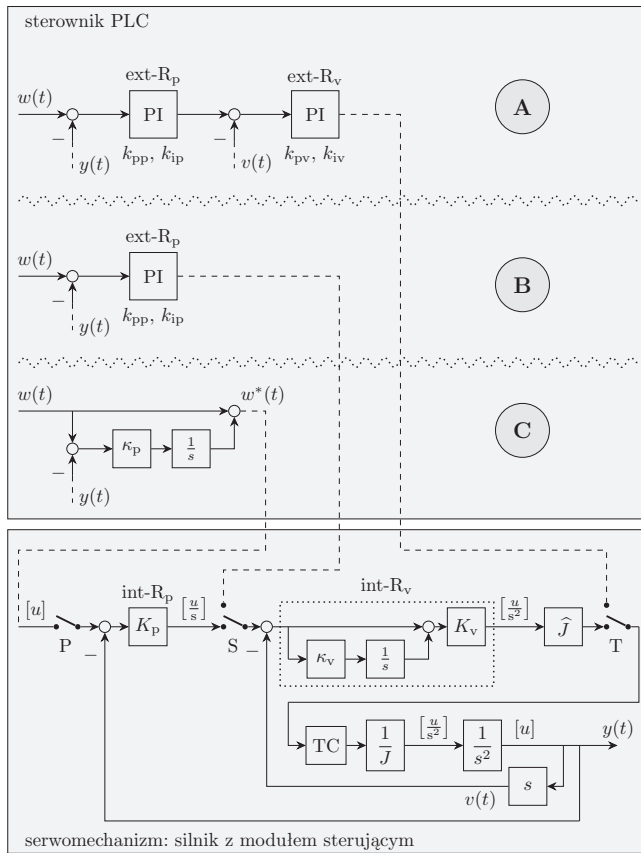
Człony regulacyjne zawarte w sterowniku silnika są niewystarczające do utworzenia pełnej struktury PI-PI. Sposobem na obejście tego ograniczenia jest programowe zaimplementowanie



Rys. 3. Analiza stabilności serwomechanizmów: a) wykresy Bodego, b) zapas fazy w funkcji stałej czasowej filtracji sygnału prędkości

Fig. 3. Servo stability analysis: a) Bode plots, b) phase margin as a function of the speed signal filtering time constant

części struktury w nadrzędnym sterowniku PLC (rys. 4). Dla łatwego rozróżnienia, człony wbudowane w sterownik silnika zostały oznaczone przedrostkiem *int-* (ang. *internal*), a zaimplementowane w PLC przedrostkiem *ext-* (ang. *external*).



Rys. 4. Układ regulacji serwomechanizmu przemysłowego i warianty implementacji struktury PI-PI

Fig. 4. Industrial servo control system and variants of PI-PI structure implementation

Strukturę sterownika silnika można konfigurować za pomocą umownie oznaczonych przełączników P, S i T, które umożliwiają wybór odczytu ze sterownika nadrzędnego odpowiednio wartości zadanej położenia, prędkości lub momentu obrotowego, pozostawiając pewne części wbudowanych pętli nieużywane. Stają się przy tym oczywiste warianty implementacji struktury PI-PI oznaczone jako A i B. W przypadku A oba regulatory (*ext-R_p*, *ext-R_v*) są implementowane zewnętrznie w sterowniku PLC, a w wariancie B tylko regulator PI położenia (*ext-R_p*) pracuje poza wnętrzem sterownika silnika.

Mniej oczywisty jest wariant C, w którym zastosowano również część proporcjonalną regulatora położenia (*int-R_p*) wbudowaną w sterownik silnika. Można wykazać, że wraz z członem generującym sygnał $w^*(t)$ w sterowniku PLC tworzy on kompletny regulator położenia PI o poprawnych nastawach. Na podstawie struktury z rys. 4, dla transformat Laplace'a $W(s)$, $Y(s)$, $W^*(s)$ odpowiednio sygnałów $w(t)$, $y(t)$, $w^*(t)$, otrzymujemy

$$W^*(s) = [W(s) - Y(s)]\kappa_p \frac{1}{s} + W(s), \quad (15)$$

przyjmując $\kappa_p = k_{ip} / k_{pp}$. Jednocześnie dla sygnału v_{ref} na wyjściu regulatora *int-R_p*

$$V_{ref}(s) = [W^*(s) - Y(s)]K_p = [W^*(s) - Y(s)]k_{pp}. \quad (16)$$

Po podstawieniu (15) do (16)

$$V_{ref}(s) = \left[[W(s) - Y(s)] \frac{k_{ip}}{k_{pp}} \frac{1}{s} + W(s) - Y(s) \right] k_{pp} \\ = [W(s) - Y(s)] \left(k_{pp} + \frac{k_{ip}}{s} \right). \quad (17)$$

co jest oczekiwaną transmitancją regulatora R_p przetwarzającą sygnał uchybu położenia.

Z rys. 4 oraz analizy struktury sterownika silnika przedstawionej w sekcji 3.1 wynika, że w wariantach B i C nastawy regulatorów (9) należy obliczyć przyjmując jako k_o wartość $k_o^{int} = 1$. W wariancie A sygnał z wyjścia regulatora *ext-R_v* nie przechodzi już przez blok J , zatem część struktury reprezentująca obiekt uzyskuje wzmocnienie $k_o^{ext} = 1 / \hat{J}$, które należy w tym przypadku podstawiać za k_o dla obliczenia nastaw.

4. Weryfikacja eksperymentalna

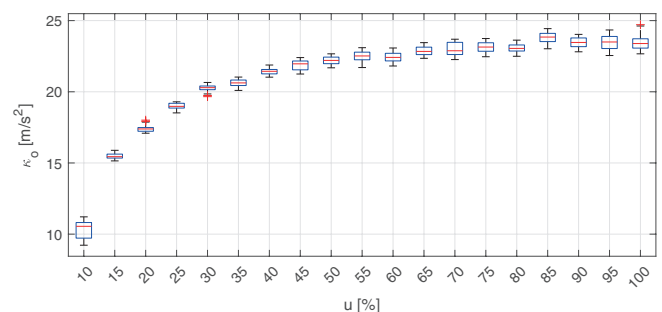
W tabeli 2 zostały podane wartości liczbowe istotnych dla projektu parametrów układu.

Tabela 2. Parametry techniczne systemu serwomechanizmu
Table 2. Technical parameters of the servo system

Oznaczenie	Wartość	Jednostka	Opis
T_M	1,27	Nm	nominalny m.obr. silnika
J_M	$2,54 \cdot 10^{-5}$	kg · m ²	moment bezwładności wirnika
S	$5 \cdot 10^{-3}$	m	skok śruby

4.1. Identyfikacja obiektu

Przeprowadzono dokładną identyfikację dynamiki obiektu, aby zweryfikować, czy wartość jego wzmocnienia zachowuje zgodność przy powtórzeniach estymacji oraz czy i na ile zależy od wartości sterowania. Eksperyment identyfikacyjny wykonano w sposób zautomatyzowany, podobny do opisanego w [12], powtarzając po 100 razy odpowiedź skokową na kolejne wartości sterowania zwiększane co 5 % sterowania nominalnego. Wartości liczbowe wzmocnienia wyznaczono dla sterowania jako momentu obrotowego znormalizowanego względem momentu nominalnego silnika oraz dla wyjścia jako położenia efektora modułu liniowego wyrażonego w metrach. Wzmocnienie obiektu określone w takich jednostkach jest oznaczane jako κ_o . Identyfikowane wartości wyznaczano na podstawie najlepszego dopasowania MNK odpowiedzi skokowej modelu κ_o / s^2 do przebiegów eksperymentalnych. Wyniki zostały przedstawione w formie wykresu pudełkowego na rys. 5. Wykres ujawnia pewne zaburzenia stochastyczne uzyskanych wartości, ale dominuje systematyczna tendencja spadku wartości κ_o ze spadkiem amplitudy sterowania testowego. Jest to typowy



Rys. 5. Identyfikacja wzmocnienia obiektu
Fig. 5. Identification of the object gain

efekt tarcia, który sugeruje zignorowanie wyników dla małych wartości sterowania, dla których tarcie jest dominujące. Dla obliczenia nastaw regulatorów przyjęto $\kappa_o = 23$.

Na podstawie zidentyfikowanej wartości κ_o i znanych parametrów systemu z tabeli 2 można wyznaczyć oszacowanie momentu bezwładności $\hat{J}$ spowodowanego do osi silnika serwomechanizmu, które odgrywa ważną rolę w strojeniu układu (patrz rys. 4). Przyspieszenie kątowe osi silnika ε przekłada się na przyspieszenie liniowe efektora $a = (S\varepsilon) / (2\pi)$, a momentowi obrotowemu T odpowiada wartość znormalizowana $\tau = T / T_M$. Zgodnie z założeniami identyfikacji $\kappa_o = a / \tau$, zatem

$$\kappa_o = \frac{S\varepsilon T_M}{2\pi T}, \quad (18)$$

stąd

$$\hat{J} = \frac{T}{\varepsilon} = \frac{ST_M}{2\pi\kappa_o}, \quad (19)$$

co daje wartość $\hat{J} = 4,39 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Bezpośrednim parametrem konfiguracyjnym serwomechanizmu nie jest $\hat{J}$, ale stosunek $\eta = J_L / J_M$ momentu bezwładności obciążenia mechanicznego do momentu bezwładności silnika. Zatem $\eta = \hat{J} / J_M - 1$, a dla badanego układu $\eta = 0,73$. Sterownik silnika ma wbudowaną własną procedurę estymacji parametru η i jej wykonanie zwróciło wartość 0,8 (przy rozdzielczości prezentacji 0,1), co można uznać za bardzo dobrą zgodność i potwierdzenie poprawności eksperymentów oraz obliczeń.

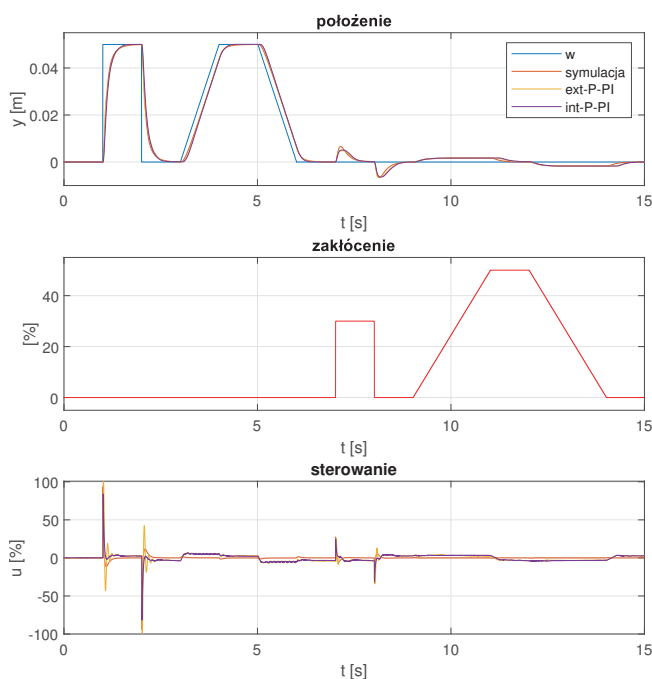
4.2. Wyniki eksperymentów

Nastawy struktur regulacyjnych wyznaczono dla czasu regulacji 0,5 s (o ile nie podano inaczej). Sterownik PLC pracował z cyklem 2 ms (o ile nie podano inaczej) i w takim cyklu komunikował się ze sterownikiem silnika wymieniając dane o sygnałach regulacyjnych. Jest to najkrótszy czas cyklu zalecany dla zastosowanych urządzeń i protokołu komunikacyjnego, aby przetwarzanie mogło odbywać się bez opóźnień.

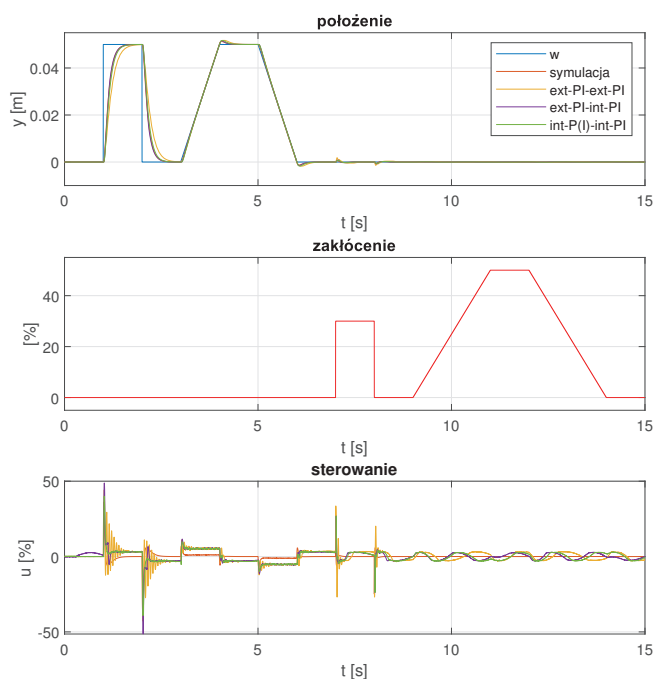
Dla uzyskania wyników referencyjnych wykonano najpierw testy dla podstawowej struktury P-PI z pojedynczą akcją całkującą. Użyto dwóch przeciwstawnych implementacji, w całości

opartej na strukturze wewnątrz sterownika silnika (int-P-PI) oraz w całości zaimplementowanej w sterowniku PLC (ext-P-PI), z pominięciem wariantów pośrednich. Wyniki są przedstawione na rys. 6. Przebieg położenia zadanego zawiera fragmenty skokowe oraz etapy ruchu jednostajnego. Parametry trajektorii zadanej zostały tak dobrane, aby nie dochodziło do ograniczenia sygnału sterowania i prędkości zadanej, a w konsekwencji do efektu *windup* [4] w integratorach struktur regulacyjnych. Zakłócenie (sygnał z na rys. 1a) wytworzono jako dodatkowy składnik sterowania wygenerowany programowo zgodnie z przebiegiem środkowego wykresu z rys. 6. Sygnał sterowania został zarejestrowany bezpośrednio z wejścia obiektu i zawiera w sobie komponent zakłócenia. W pełnej skali wykresu przebiegi dwóch realizacji są prawie nierozróżnialne między sobą, jak również względem teoretycznie przewidzianego przebiegu uzyskanego z symulacji. Można tylko zauważyć wzmoczone oscylacje sygnału sterowania przy odpowiedziach skokowych w wariancie ext-P-PI, co wskazuje na gorszą jakość sterowania w tym przypadku.

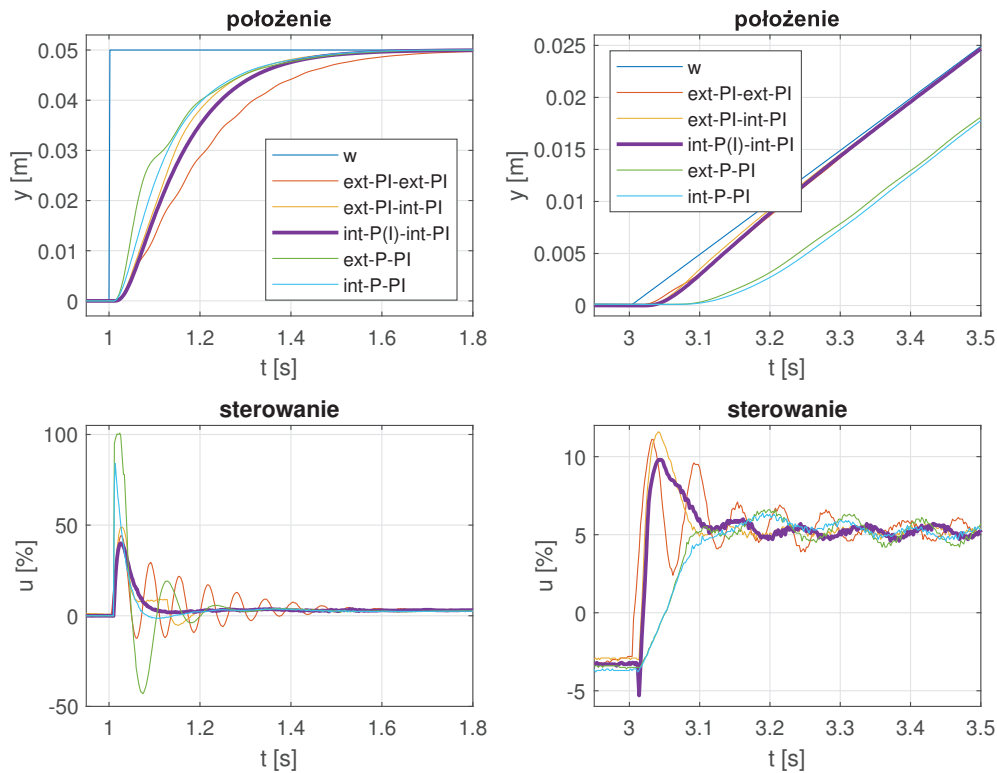
Dla docelowej implementacji struktur PI-PI zweryfikowano eksperymentalnie wszystkie trzy warianty omówione w sekcji 3.2. Wykresy w pełnym zakresie czasowym są przedstawione na rys. 7. Opisy w legendach określają części zaimplementowane wewnątrz i zewnątrz sterownika silnika (A: ext-PI-ext-PI, B: ext-PI-int-PI, C: int-P(I)-int-PI). Na czas odpowiedzi skokowych (0–3 s) wielkość zadana była przesyłana przez filtr F^* (7) zaimplementowany w sterowniku PLC, który był następnie programowo odłączany w chwili 3 s, tj. przed rozpoczęciem fragmentu trajektorii zmiennej liniowo. Miało to na celu zademonstrowanie zastosowania wyboru między kompensacją przeregulowania a dokładnością śledzenia, który jest dostępny dla tej struktury. Ponownie odpowiedzi prawie wszystkich realizacji oraz symulacji praktycznie się pokrywają, jednak realizacja w pełni zewnętrzna (A: ext-PI-ext-PI) zauważalnie się różni, jej regulacja jest wyraźnie wolniejsza, a przebiegi sterowania bardzo silnie oscylują. W rzeczywistości dla tej jedynej implementacji nie udało się uzyskać poprawnej pracy przy bazowym czasie regulacji 0,5 s i cyklu sterowania 2 ms. Stabilne działanie otrzymano po wydłużeniu czasu regulacji do 0,6 s i jednoczesnym skróceniu cyklu próbkowania do 1 ms. Nadal jednak przebiegi, ukazane na wykresie, nie są dobrej jakości. Wskazuje to na zbyt długi czas cyklu dla struktury regulacyjnej realizowanej zewnątrz-



Rys. 6. Przebiegi regulacyjne dla struktury P-PI
Fig. 6. Control signals for the P-PI structure



Rys. 7. Przebiegi dla regulacji z podwójną akcją całkującą
Fig. 7. Signals for the control with double integral action



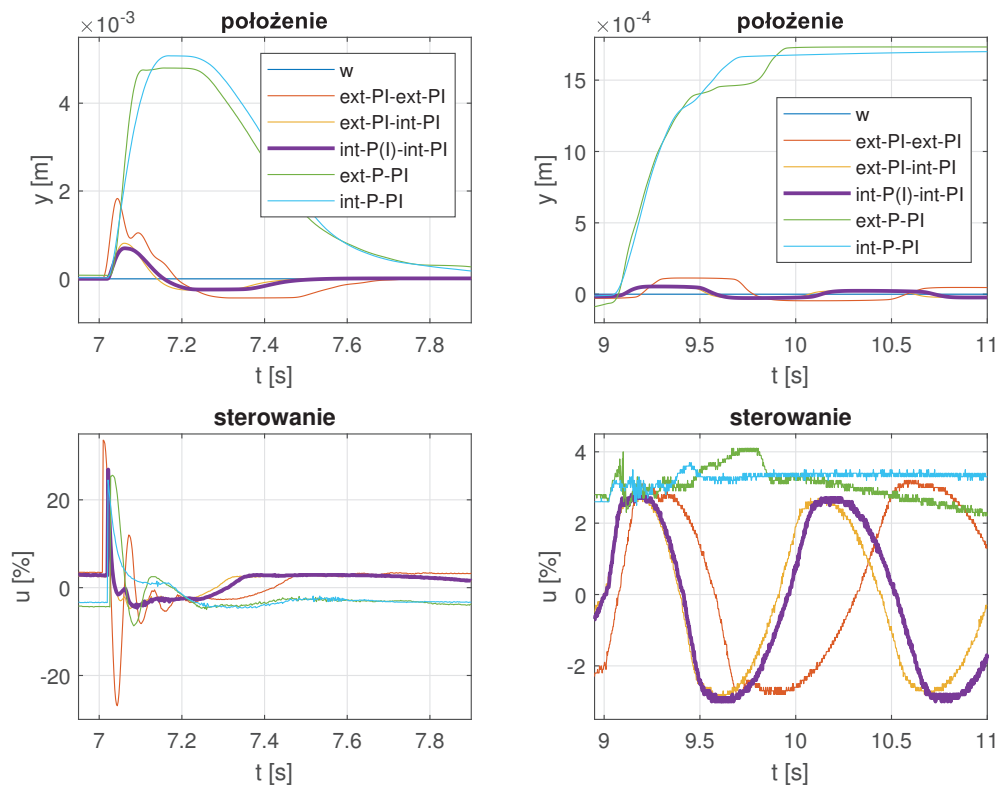
Rys. 8. Odpowiedzi na skokową i liniową zmianę wielkości zadanej
Fig. 8. Responses to step and linear reference signal

nie w konfrontacji z dużymi wymogami dynamicznymi regulacji prowadzonej z podwójną akcją całkującą. W porównaniu z regulacją P-PI (rys. 6), implementacje PI-PI charakteryzują się znakomitą kompensacją zakłóceń, co pozostaje w zgodności z przewidywaniami teoretycznymi opartymi na symulacji (rys. 2). Widoczną na wykresie specyfiką działania regulacji PI-PI jest też duża wrażliwość regulatora na choćby minimalne uchyby, powodująca jego ciągłą aktywność w reżimie cyklu granicznego, z oscylacjami sterowania o małych amplitudach.

Dla lepszego porównania, charakterystyczne fragmenty z całościowo przedstawionych przebiegów regulacyjnych struktur P-PI i PI-PI zostały jeszcze przybliżone na dodatkowych wykresach.

Na rys. 8 wyodrębniono fragmenty odpowiedzi skokowej oraz rozpoczęcia śledzenia liniowego. Zdecydowanie najlepiej zachowuje się struktura PI-PI zaimplementowana w największym możliwym zakresie wewnątrz sterownika silnika (wariant C), jej przebiegi wyróżniono pogrubioną linią. Są one płynne, sterowanie nie wykazuje oscylacji i skutecznie realizuje ruch układu mimo amplitud mniejszych od innych implementacji. Dotyczy to zarówno przebiegu skokowego, jak i regulacji nadążnej dla trajektorii liniowej.

Na rys. 9 przedstawiono powiększone fragmenty dla odpowiedzi zakłóceńowych. Jeszcze raz demonstrują one znaczącą przewagę struktury PI-PI w kompensacji zakłóceń. Znowu odpo-



Rys. 9. Odpowiedzi na skokową i liniową zmianę zakłócenia
Fig. 9. Responses to step and linear disturbance

wiedź na skok zakłócenia jest najkorzystniejsza dla wariantu C implementacji PI-PI. W przypadku zakłócenia liniowo zmiennego kompensacyjne zmiany sterowania są praktycznie niedostrzegalne.

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania pokazują, że implementacja struktury regulacyjnej PI-PI z podwójną akcją całkowującą jest możliwa w przypadku typowego serwomechanizmu przemysłowego, jednak pojawiają się też ograniczenia i trudności takiego rozwiązania. Przede wszystkim, nie jest to podejście rutynowe, a w związku z tym nie ma dobrego wsparcia w konstrukcji sterowników napędów, oprogramowaniu do strojenia serwomechanizmów oraz w poradnikach inżynierskich i dokumentacji technicznej. Użytkownik musi dobrać już nie trzy, a cztery parametry, a układ charakteryzuje się mniejszym zapasem stabilności i jest bardziej wrażliwy na błędne nastawy. Z drugiej strony, wykonane badania wskazują etapy projektowe istotne dla udanej implementacji, do których należą: rzetelna identyfikacja obiektu, zastosowanie sprawdzonych metod obliczania nastaw, poprawna i precyzyjna interpretacja struktury regulacyjnej sterownika silnika, rozdzielenie implementacji pomiędzy sterownik silnika i zewnętrzny sterownik PLC, jeśli ten pierwszy nie implementuje pełnej struktury PI-PI.

Wyraźną zaletą zastosowania regulacji PI-PI dla serwomechanizmu jest znacząca poprawa kompensacji zakłóceń w porównaniu z całkowaniem jednokrotnym, w tym eliminacja błędu ustalonego dla zakłóceń liniowo zmiennych. Odporność na zakłócenia zmiennie może być ważna w układach, w których konfiguracja wpływa na obciążenia statyczne, co ma miejsce m.in. w robotyce [13].

Aby dokładniej poznać możliwości, zalety i wady serwomechanizmów z regulacją PI-PI, potrzebne są dalsze badania teoretyczne, symulacyjne i praktyczne, m.in. dotyczące wrażliwości układu na zmiany nastaw regulatorów i parametrów obiektu, odporności na szумы pomiarowe, czy działania mechanizmu *anti-windup* obejmującego w tej strukturze dwa człony całkowujące.

Podwójne całkowanie w regulatorze nie jest jedynym rozwiązaniem nakierowanym na poprawę jakości śledzenia lub kompensacji zakłóceń. Dla podobnych celów stosuje się np. sprzężenie w przód (*feed-forward*) [14] sygnałów położenia i prędkości zadanej lub programową zmianę nastaw. W ramach przyszłych prac planowane jest porównanie większej liczby metod dla lepszego usystematyzowania ich możliwości, zalet i wad. Innym obszarem kontynuacji prac może być przygotowanie zautomatyzowanego systemu, który samoczynnie przeprowadzi etapy strojenia struktury PI-PI, a nastawy automatycznie wprowadzi do sterownika silnika.

Bibliografia

- Ellis G., ed., *Control System Design Guide*, Oxford: Butterworth-Heinemann, fourth ed., 2012.
- Aström K.J., Häggglund T., *Advanced PID Control*, 2026, DOI: DOI:10.1002/9781394442102.
- Rao V.G., Bernstein D.S., *Naive control of the double integrator*, "IEEE Control Systems Magazine", Vol. 21, No. 5, 2001, 86–97, DOI: 10.1109/37.954521.
- Sarsembayev B., Suleimenov K., Do T.D., *High order disturbance observer based PI-PI control system with tracking anti-windup technique for improvement of transient performance of PMSM*, "IEEE Access", Vol. 9, 2021, 66323–66334, DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3074661.
- Żabiński T., Trybus L., *Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos*, "Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences", Vol. 58, No. 1, 2010, 51–58.
- Šekara T.B., Rapać M.R., *A revision of root locus method with applications*, "Journal of Process Control", Vol. 34, 2015, 26–34, DOI: 10.1016/j.jprocont.2015.07.007.
- Bożek A., Trybus L., *Tuning PID and PI-PI servo controllers by multiple pole placement*, "Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences", Vol. 70, No. 1, 2022, DOI: 10.24425/bpasts.2021.139957.
- Younkin G.W., *Industrial Servo Control Systems*, New York: Marcel Dekker, second ed., 2002.
- Żabiński T., *Strojenie regulatorów PID dla serwomechanizmów*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Vol. 12, No. 4, 2008, 56–63.
- Kim S., *Moment of inertia and friction torque coefficient identification in a servo drive system*, "IEEE Transactions on Industrial Electronics", Vol. 66, No. 1, 2019, 60–70, DOI: 10.1109/TIE.2018.2826456.
- Sygulla F., Wittmann R., Seiwald P., Berninger T., Hildebrandt A.-C., Wahrmann D., Rixen D., *An EtherCAT-based real-time control system architecture for humanoid robots*, [In:] IEEE 14th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), 2018, 483–490, DOI: 10.1109/COASE.2018.8560532.
- Bożek A., *Szybki dyskretny regulator PID dla serwomechanizmu prądowego*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 29, Nr 1, 2025, 47–54, DOI: 10.14313/PAR_255/47.
- Sciavicco L., Siciliano B., *Modelling and Control of Robot Manipulators*, London: Springer, 2000, DOI: 10.1007/978-1-4471-0449-0.
- Wu J., Han Y., Xiong Z., Ding H., *Servo performance improvement through iterative tuning feedforward controller with disturbance compensator*, "International Journal of Machine Tools and Manufacture", Vol. 117, 2017, 1–10, DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2017.02.002.

Inne źródła

- Beckhoff, New Automation Technology, [www.beckhoff.com].

PI-PI Control Structure for Industrial Servo

Abstract: The paper highlights key advantages of the PI-PI control structure for a servo, including accuracy of reference tracking and disturbance rejection. The stability of such a servo is analyzed. Several variants of extending the P-PI structure, typical of industrial servo controllers, to the full PI-PI structure, are proposed. A test implementation of all variants was conducted using a selected servo system, and the control responses were examined, taking into account step and linear changes in the reference variable and disturbances. Experimental results confirmed the anticipated advantages of the PI-PI control structure while also identifying certain difficulties and pitfalls that should be avoided in such implementation.

Keywords: servomechanism, position-speed cascade control, PI-PI control structure, disturbance rejection

dr inż. Andrzej Bożek

abozek@prz.edu.pl

ORCID: 0000-0003-3015-7474

Absolwent Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej (2008). Stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie informatyka uzyskał w 2015 r. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Informatyki i Automatyki Politechniki Rzeszowskiej. Jego zainteresowania naukowe dotyczą optymalizacji dyskretnej, harmonogramowania zadań oraz projektowania układów sterowania.

