

Analiza niezawodności sieci bezprzewodowych czujników metodą modułów przejść

Marcin Bydłosz, Władysław Iwaniec, Jan Szybka

Akademia Tarnowska w Tarnowie, Wydział Nauk Technicznych, ul. Mickiewicza 8, 33-100 Tarnów

Streszczenie: W artykule przedstawiono możliwości stosowania do analizy niezawodności sieci czujników bezprzewodowych metody modułów przejść. Dokonano analizy symulacyjnej niezawodności klastra czujników w topologii gwiazdy. Założono, że wyniki pomiarów są wiarygodne, jeśli w klastrze zdalnych do pracy jest k z N czujników. Przeprowadzono obliczenia dla różnych wartości N oraz różnych czasów odnowy niesprawnych czujników. Wykazano przydatność metody do doboru najkorzystniejszej pod względem ekonomicznym wartości czasu odnowy czujników i liczby czujników.

Słowa kluczowe: bezprzewodowa sieć pomiarowa, niezawodność sieci czujników, metoda modułów przejść, systemy związane z bezpieczeństwem, klastry typu k z N , czas odnowy

1. Wprowadzenie

Sieci czujników bezprzewodowych WSN (ang. *Wireless Sensor Network*) są jednym z podstawowych podsystemów współczesnych systemów obserwacji i sterowania, stosowanych w wielu sektorach, np. inteligentnego rolnictwa, monitorowania środowiska, monitorowania elementów konstrukcyjnych, systemów bezpieczeństwa czy operacji wojskowych. Warto zauważyć, że w szczególności tego typu sieci stanowią kluczowy element m.in. tzw. systemów sterowania zdarzeniowego (ang. *Event-Based Control*) [1], którego istota polega na tym, że przez większość czasu system jest „uśpiony” i pracują w nim tylko czujniki. W razie przekroczenia wartości progowych przez zmienne regulowane lub po upływie pewnego, maksymalnego czasu „uśpienia” system jest „budzony” i rozpoczyna działanie, adekwatne do zmierzonych wartości zmiennych, a następnie znów przechodzi w stan „uśpienia”.

W konsekwencji, dla prawidłowej pracy systemów zasadnicze znaczenie ma niezawodność WSN rozumiana jako zapewnienie przesyłania z węzłów czujnikowych SN (ang. *Sensor Nodes*) do urządzenia brzegowego BS (ang. *Border Station*) wiarygodnych danych, spełniających fundamentalne zasady bezpieczeństwa CIA. Stosowanie pojęcia „węzła WSN” jest w pełni uzasadnione budową typowego współczesnego czujnika, składającego się z wielu komponentów, zazwyczaj z transceivera, mikrokontrolera, czujnika i zasilającego te układy źródła energii, a zatem stanowiącego autonomiczne urządzenie z elementem komunikacyjnym. WSN są sieciami składającymi się z bardzo wielu (nawet

tysięcy) takich czujników [2, 3], pracujących w różnych topologiach, odzwierciedlających ich rozmieszczenie na monitorowanym obszarze, np. w elementach mostów, turbin wiatrowych, skrzydeł samolotu, oczyszczalni ścieków czy wzdłuż cieków wodnych.

Projektanci WSN w celu zapewnienia prawidłowej pracy sieci korzystają z wyników badań rozmaitych własności i parametrów węzłów, wpływających na stan zdadności węzła, tj. taki stan, w którym przesyłane dane są przyjmowane za wiarygodne. W konsekwencji, w takiej analizie uwzględnia się nie tylko wieloczynnikowe przyczyny degradacji, w szczególności sprzętu, pewności transmisji danych i parametrów energetycznych (zwłaszcza funkcjonowania źródła zasilania i warunków obciążenia) [4] lecz także wpływ dryftu długoterminowego [5, 6, 9].

Jedną z metod eliminacji degradacji sieci, w szczególności dryftu, jest rekaliibracja węzłów, a poszukiwanie optymalnych z ekonomicznego punktu widzenia harmonogramów kolejnych kalibracji ma doniosłe znaczenie dla minimalizacji kosztów eksploatacji takich systemów sterowania.

Dla zagwarantowania odpowiednio wysokiego prawdopodobieństwa dostarczania rzetelnych wartości danych mierzonych przez węzły w WSN, rekaliibrację i inne czynności serwisowe należy prowadzić w czasie nie dłuższym, niż czas odnowy T_0 , po upływie którego wszystkie węzły, wskutek przeprowadzonych czynności serwisowych, są w stanie zdadnym do pracy.

W artykule przedstawiono propozycję analizy niezawodności WSN pracującej w topologii gwiazdy metodą modułów przejść. Wybór takiej topologii wynika z jej zalet, zwłaszcza możliwości przetwarzania danych już na urządzeniu brzegowym BS, stanowiącym punkt centralny gwiazdy. Wybrana metoda pozwala na ocenę prawdopodobieństwa poprawnej pracy takiej sieci dla różnych wartości czasu odnowy T_0 przy założeniu, że co najmniej k z N jednakowych czujników jest zdalnych do pracy oraz znane są wartości okresu MTTF (ang. *Mean Time To Failure*), podawanego w fabrycznych instrukcjach lub czasy rekaliibracji czujników MTTNC (ang. *Mean Time To Next Calibration*).

Wartości MTTF i MTTNC są wyrażone za pomocą parametru λ – tzw. intensywności uszkodzeń.

Autor korespondujący:

Władysław Iwaniec, wiw@atar.edu.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 29.09.2025 r., przyjęty do druku 16.12.2025 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Int.

2. Analiza problemu

Jak zaznaczono, analiza niezawodności WSN jest złożonym i wieloaspektowym problemem. W pracy [7] analizowano niezawodność węzła sieci biorąc pod uwagę, że jego zasoby energetyczne są ograniczone, a transmisja pakietów do stacji bazowej jest zakłócana szumami środowiska i koniecznością przekazywania pakietu ścieżką składającą się z kolejnych węzłów i zaproponowano metodę oceny niezawodności WSN, która uwzględnia zarówno awarie węzłów, jak i łącz. W przedstawionej metodzie analizowano prawdopodobieństwo wybudzenia się i zdolności węzła do transmisji pakietów, a także czas jego życia w kontekście jego zasobów energetycznych, rozmieszczenia węzłów i wpływu szumów stosując tzw. „algorytm minimalnej ścieżki”.

W pracy [8] podkreślono znaczenie analizy niezawodności pracy WSN m.in. z uwzględnieniem parametru MTTF i podkreślono jego krytyczne znaczenie dla oceny przydatności WSN w wielu dziedzinach zastosowań. Przyjęto, że jeśli funkcja niezawodności $R(t)$ określa prawdopodobieństwo, że system będzie działał bezawaryjnie w danych warunkach przez określony czas t , to wtedy MTTF może być zdefiniowany przez zależność:

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (1)$$

i przedstawiono wykresy ilustrujące wartości MTTF sieci WSN przy różnych wskaźnikach awaryjności poszczególnych komponentów jej węzłów. Stosując probabilistyczny model do analizy niezawodności i wrażliwości bezprzewodowej sieci czujników przy użyciu procesów Markowa, przedstawiono wyniki analizy wrażliwości niezawodnej pracy takiej sieci w zależności od wartości współczynników awaryjności poszczególnych komponentów i podkreślono we wnioskach, że kluczowe znaczenie dla prawidłowej pracy WSN ma konserwacja węzłów we właściwym czasie.

W artykule [4] podkreślono, że metoda RBD (ang. *Reliability Block Diagram*) i parametr MTTF mogą być z powodzeniem stosowane w pracy przez inżynierów-projektantów, którzy modelują awarie systemu, gdy osiągnie on próg zbyt małej dokładności w porównaniu do założeń projektowych. Przyczyny przekraczania tego progu są obecnie rozpatrywane nie tylko jako skutek awarii, charakteryzowanej parametrem MTTF, ale także wpływem dryftu długoterminowego i koniecznością stosowania konserwacji węzłów, w szczególności rekaliibracji czujników.

Z punktu widzenia przydatności wyników pomiarów można zatem prowadzić analizę prawdopodobieństwa degradacji [10] sieci czujników rozumianej jako stan, w którym wyniki pomiarów nie są już wiarygodne.

Prawdopodobieństwo to można badać zarówno w zależności od wartości MTTF, jak i od MTTNC, zwanego też oknem rekaliibracji i poszukiwać takiego harmonogramu rekaliibracji, który zapewni wymaganą niezawodność przy możliwie małych kosztach. Niektóre problemy związane z rekaliibracją zostały przedstawione w artykule [11].

Czasy rekaliibracji wahają się w szerokich granicach, od kilku miesięcy do kilku lat; np. dla wybranych czujników BeanAir (TB-RF-24 Bean Device Wilow & 2.4 GHz, TN-RF-25 | BeanDevice Wilow, TN-RF-26 | BeanDevice ProcessSensor 2.4 GHz) wynoszą od 2 do 6 lat, w zależności od urządzenia i warunków pracy¹.

3. Opis metody

3.1. Przyjęte założenia

W proponowanej metodzie zakłada się, że jeśli w sieci składającej się z N identycznych czujników $N - k$ ulegnie degradacji, to dane przesyłane z pozostałych k zdalnych do pracy węzłów

są wystarczające do wypracowania odpowiednich sygnałów sterujących (w szczególności, wskutek zastosowania cyfrowego cienia takiej sieci można wiarygodnie odtworzyć wartość mierzoną przez zdegradowane czujniki [12]). Degradacja kolejnego, $N - k + 1$ węzła skutkuje degradacją sieci (przejścia w tzw. stan pochłaniania). Takie sieci są dalej nazywane „klastrami typu k-z-N”.

W teoretycznym modelu można założyć, że w chwili T_u , w której w BS zostaje wykryta degradacja pierwszego czujnika (przesłanie danych niewiarygodnych), BS powiadamia operatora o tym fakcie i rozpoczyna się odliczanie czasu odnowy T_o . Najpóźniej po upływie tego czasu serwis WSN dokonuje odpowiednich czynności (np. rekaliibracji czujnika, usunięcia awarii węzła) i przywraca sieć do stanu, w którym ponownie wszystkie węzły są zdolne do pracy. W praktyce można jednak przyjąć, że przywracanie WSN do stanu zdolności N węzłów będzie odbywać się regularnie w chwilach $T_u = sT_o$, $s = 0, 1, \dots, \text{ceil}(T_H / T_o)$, gdzie T_H oznacza horyzont czasowy eksploatacji.

Korzystając z zależności zamieszczonych w podrozdziale 4.3 można dobrać wartość czasu T_o tak, by po obliczeniu prawdopodobieństwa przejścia WSN w stan pochłaniania ocenić, czy dobór czasu odnowy jest akceptowalny. Jeżeli wyliczone prawdopodobieństwo jest dla projektanta nieakceptowalne, należy zmniejszyć wartość T_o i powtarzać obliczenia aż do uzyskania wymaganej w projekcie wartości prawdopodobieństwa prawidłowej pracy WSN.

W pracy przyjęto, że analizowany klaster k-z-N ma typową topologię gwiazdy. Takie klastry są podstawowym komponentem bardziej złożonych topologii gwiazdy rozszerzonej („gwiazdy gwiazd” złożonej z wielu klastrow, z których każdy ma topologię typu gwiazda) lub topologii drzewiastych. Trzeba zaznaczyć, że dla N czujników transmitujących dane w sieci WSN do urządzenia brzegowego BS, topologia siatki jedynie komplikuje i wydłuża trasę przesyłania pakietów wysyłanych przez czujniki do BS, i nie ma wpływu na niezawodność czujnika.

3.2. Koncepcja budowy modelu symulacyjnego

Budowa modelu symulacyjnego oparta jest na koncepcji modułów przejść (ang. *transition modules*), których podstawy dokładnie scharakteryzowano w pracach [13, 14], a wybrane współczesne zastosowania można znaleźć m.in. w pracach [15–17]. W modelu przyjmuje się, że każdy stan niezawodnościowy i eksploatacyjny badanego układu określony jest przez pewien zbiór zdarzeń, który jest stanem przejściowym. Wybór kolejnych zdarzeń występujących w następujących po sobie chwilach eksploatacji przebiega w drodze losowania przejść według określonej procedury.

Koncepcja modułów przejść pozwala wyznaczyć wartość prawdopodobieństwa utrzymywania systemu w stanie zdolności, w przypadku gdy aktywne elementy wykonują poprawnie pracę, a elementy nadmiarowe pracują lub znajdują się w naprawie bądź oczekują na włączenie do pracy. Badany układ staje się zawodny w przypadku wystąpienia zdarzenia Z^p , tj. po przejściu w stan pochłaniania. Przyjmuje się, że struktura badanego układu jest progowa typu k-z-N. Układ jest zdolny do pracy, jeżeli zdolnych do pracy jest k z ogólnej liczby N elementów, dostępnych w chwili rozpoczęcia pracy.

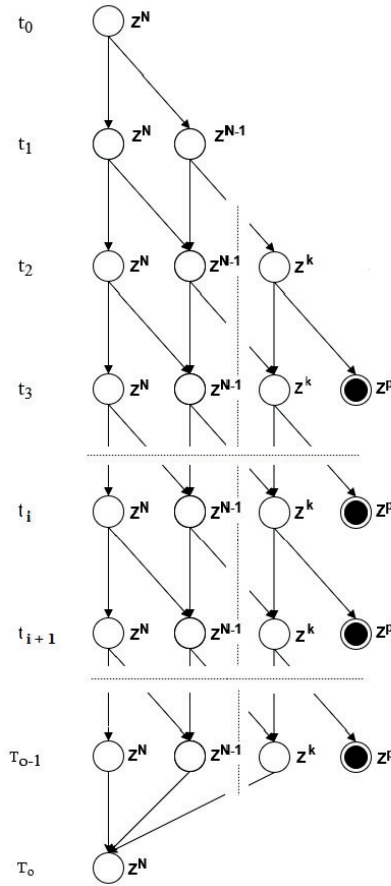
Analizę systemu rozpoczyna się od zdarzenia wyjściowego Z^N , w którym wszystkie N elementów (węzłów) są w stanie zdolności do pracy.

W celu scharakteryzowania budowanego modelu symulacyjnego konieczne jest przedstawienie niektórych pojęć i terminów. Najważniejsze z nich to:

- stany niezawodnościowo-eksploatacyjne,
- zdarzenia elementarne,
- zdarzenia,
- relacje między elementami zbioru zdarzeń,
- trajektoria zdarzeń.

¹ www.beanair.com/beandevicerecalibration-process.html

Rys. 1. Sieć zdarzeń dla modułu przejść
Fig. 1. Event graph for the transition module



Funkcja niezawodności $R(t)$ opisuje prawdopodobieństwo poprawnej pracy węzła w określonym przedziale czasu, w danych warunkach [8].

Formalnie, w ślad za zapisem stosowanym w [17–19]:

$$R(t) = P(T > t) \quad (2a)$$

gdzie: P – prawdopodobieństwo, T – czas poprawnej pracy, t – czas eksploatacji.

Zastosowana tutaj zależność (2) odnosi się do wykładniczego rozkładu prawdopodobieństwa² poprawnej pracy węzła i został użyty w modelu symulacyjnym.

Oznaczając horyzont czasowy eksploatacji przez T_H , graniczną liczbę losowań przez g_{gr} i początkową (w chwili $t_i = t_0$) liczbę zdalnych do pracy czujników przez N oraz prawdopodobieństwa przejścia ze stanu Z^N do stanu Z^{N-1} i do kolejnych stanów $p(Z^{N-2})\Delta t_i = p(Z^k)\Delta t_i$ i również do stanu $p(Z^p)\Delta t_{i+1}$, to wartości występujące między następującymi po sobie chwilami Δt_i można wyznaczać z zależności (4)–(7).

Niech

$$q_i = \frac{R(t(i)) - R(t(i+1))}{R(t(i))} \quad (3a)$$

$$q_{i+1} = \frac{R(t(i+1)) - R(t(i+2))}{R(t(i+1))} \quad (3b)$$

$$q_{i+2} = \frac{R(t(i+2)) - R(t(i+3))}{R(t(i+2))} \quad (3c)$$

² Ogólnie, wzór opisujący niezawodność może dotyczyć także innych rozkładów prawdopodobieństwa, np. rozkładu Weibulla, rozkładu normalnego lub rozkładu gamma i wzór (2a) będzie miał postać adekwatną do wybranego rozkładu. Szczegółowe rozważania można znaleźć m.in. w rozdziale 2 pracy [17].

W kontekście takiego ujęcia pojęcia „stanu” przyjęto, że:

- stan niezawadnościowy – oznacza stan zdadności lub niezadadności do pracy,
- stan eksploatacyjny – oznacza stan pracy, oczekiwania na pracę (stan rezerwy) lub stan odnowy (w którym uwzględniony jest czas oczekiwania na odnowę).

Stany eksploatacyjne i niezawadnościowe są rozpatrywane wspólnie, określa się je mianem stanów niezawadnościowo-eksploatacyjnych (w).

Zdarzenie elementarne (Z_{ijt}) jest pojęciem związanym wyłącznie z eksploatacją pojedynczych elementów systemu, oznaczającym przejście ze stanu niezawadnościowo-eksploatacyjnego i do stanu j każdego z elementów w następnej chwili t eksploatacji.

Czas $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, który określa wartość kroku dyskretyzacji, jest uwarunkowany cechami badanego systemu sterowania i możliwościami przeprowadzenia odnowy (w tym rekalkibracji) czujnika przez personel nadzorujący pracę tego systemu.

Zdarzenie $Z_{w,t}$ dotyczy zmian zachodzących w eksploatacji całego systemu i oznacza każde przejście systemu do następnej chwili t eksploatacji. Możliwość pracy całego układu jest uzależniona od stanów niezawadnościowo-eksploatacyjnych poszczególnych jego elementów. Zbiór zdarzeń elementarnych można więc odwzorować w zbiór zdarzeń, który charakteryzuje działanie całego systemu w czasie eksploatacji.

Relacje między zdarzeniami $Z_{w,t}$ mogą być następujące:

- Jednoczesność zdarzeń – każda chwila eksploatacji t składa się z możliwych do wystąpienia w danej chwili zdarzeń, które tworzą zbiór zdarzeń jednoczesnych.
- Poprzedzanie zdarzeń – porządkują chwile eksploatacji w ten sposób, że jeżeli zdarzenie $Z_{w1,t}$ poprzedza zdarzenie $Z_{w2,t+1}$, to oznaczają, że chwila eksploatacji t poprzedza chwilę $t+1$.
- Podobieństwo zdarzeń – dzieli zbiór zdarzeń Z na rozłączne rodziny zdarzeń: $Z^N, Z^{N-1}, \dots, Z^k, Z^p$, które mogą występować w różnych chwilach eksploatacji.

Zdarzenie Z składa się z subzdarzeń $Z^N, Z^{N-1}, \dots, Z^k, Z^p$, przy czym w chwili rozpoczęcia analizy, w początkowym stanie Z^N , jest zdalnych do pracy N elementów.

Zdarzenie Z^k oznacza, że układ nie ma już elementu nadmiarowego, a zdalnych do pracy jest k elementów. Uszkodzenie układu następuje wtedy, gdy zdalnych do pracy będzie mniej niż k elementów. Taki stan układu oznaczany jest jako Z^p i nazywa się stanem *pochłaniania*.

Trajektorie przejść $T_{zw,t}$ wyróżnione w zbiorze $Z_{w,t}$ dają możliwość opisu zachowania się systemu i składają się z następujących po sobie zdarzeń. Istotne jest wyróżnienie takich trajektorii, które będą charakteryzowały działanie systemu w określonym przedziale czasu.

W celu dokonania analizy należy sprecyzować kryteria selekcji i wyboru zdarzeń preferowanych w badanej chwili eksploatacji. W analizowanej metodzie wykorzystuje się w tym celu moduły przejść. Istota modułów przejść polega na określeniu wszystkich zdarzeń, które mogą zajść w następnej analizowanej chwili czasu. Każdemu z tych zdarzeń odpowiada określona możliwość jego wystąpienia, a suma wszystkich możliwości przejść ma być aproksymowana do wartości równej 1. Dodatkowo zdarzenia są wzajemnie rozłączne i tworzą skończony, zupełny układ zdarzeń. Sieć zdarzeń dla modułu przejść jest zilustrowana na rys. 1.

W przeprowadzonej analizie zakłada się, że w chwili t_i tylko jeden z czujników może ulec degradacji, wartość λ intensywności degradacji czujnika jest stała, czas wymiany elementu jest zdeterminowany i wynosi $T_0 = m \cdot \Delta t$, a charakterystyka niezawodności węzła jest opisana zależnością:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (2)$$

wtedy:

- prawdopodobieństwo pozostawania układu bez zmiany stanu niezawodnościowo-eksploatacyjnego wyraża się zależnością:

$$p(Z^N)\Delta t_i = (1 - q_i)^N \quad (4)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia w układzie uszkodzenia jednego czujnika wyraża się zależnością:

$$p(Z^{N-1})\Delta t_i = q_i \cdot (1 - q_i)^{N-1} \quad (5)$$

- prawdopodobieństwo wystąpienia w układzie degradacji drugiego czujnika (przy czym pierwszy zdegradowany czujnik nie został odnowiony) wyraża się zależnością:

$$p(Z^{N-2})\Delta t_i = p(Z^k)\Delta t_i = q_{i+1} \cdot q_i \cdot (1 - q_i)^{N-2} \mid m \cdot \Delta t_i \quad (6a)$$

Uogólniając, prawdopodobieństwo wystąpienia w układzie degradacji czujnika $N - j$ (przy czym wszystkie poprzednio zdegradowane czujniki nie zostały odnowione) wyraża się zależnością:

$$p(Z^{N-j})\Delta t_i = p(Z^{N-j})\Delta t_i = q_{N-j+1} \cdot \dots \cdot q_{i+1} \cdot q_i \cdot (1 - q_i)^{N-j} \mid m \cdot \Delta t_i \quad (6b)$$

- prawdopodobieństwo degradacji jednego z k zdalnych czujników (przy czym dwa poprzednio zdegradowane nie uległy odnowieniu) wyraża się wzorem:

$$p(Z^p)\Delta t_{i+1} = q_i \cdot q_{i+1} \cdot \sum_{k=i+2}^N q_{k+2} \mid m \cdot \Delta t_i \quad (7)$$

We wzorach (6a), (6b) i (7) oznaczenia $\mid m \cdot \Delta t_i$ informują, że uszkodzone elementy oczekują na odnowienie do wyznaczonego czasu T_o , określanego w procedurach obsługowych.

Jeżeli suma odpowiednich możliwości przejść nie jest równa 1, to należy dokonać ich normalizacji. W celu symulacji zaistnienia jednego z tych zdarzeń generuje się przy wykorzystaniu funkcji $\text{rand}()$ wartość losową, która służy do wyboru zdarzenia występującego w chwili t_{i+1} i w konsekwencji wyboru ścieżki w sieci zdarzeń. Jeżeli ścieżka kończy się przed osiągnięciem wartości czasu T_H stanem Z^p , to klasta jest niezdatny do pracy. Wartość g_{gr} powinna być duża; w artykule przeprowadzono symulacje dla wartości $g_{gr} = 3000$.

Oszacowanie niezawodności $R_k(t)$ klastra wyznacza się z zależności:

$$R_k(t) = \frac{Z_{sprz}}{L_{zd}} \quad (8)$$

gdzie: Z_{sprz} – liczba zdarzeń sprzyjających (klasta jest zdalny do pracy), L_{zd} – liczba wszystkich zdarzeń w trajektorii przejść aż do osiągnięcia czasu T_H .

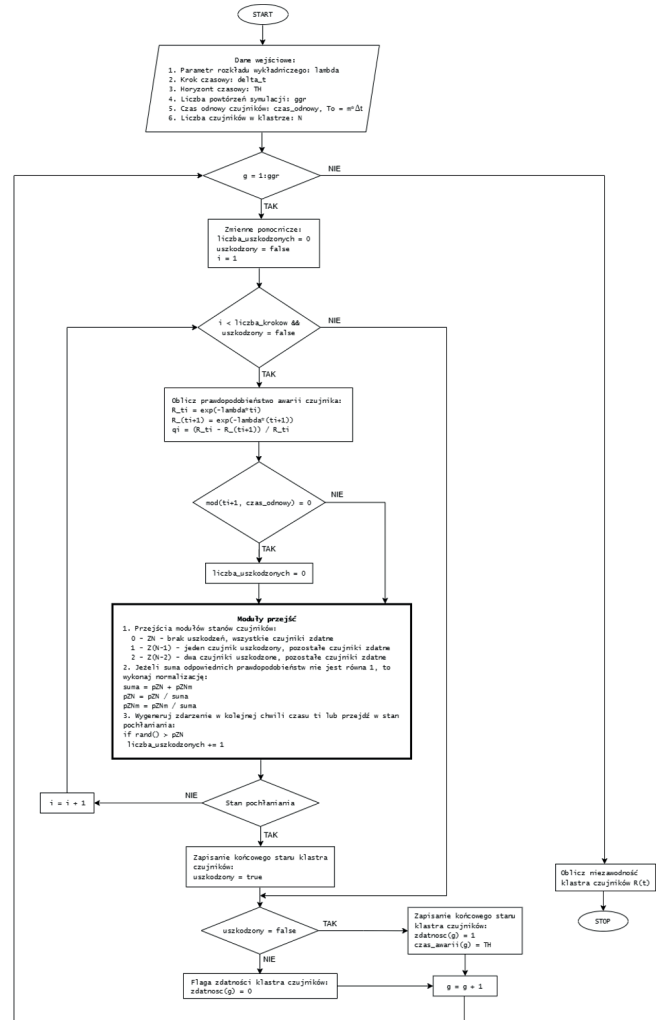
Uproszczony schemat blokowy zastosowany w modelu symulacyjnym jest pokazany na rys. 2.

4. Badania symulacyjne

Dla przykładu przedstawiono wyniki badań symulacyjnych przeprowadzonych w środowisku MATLAB dla klastrów, które przechodzą w stan pochłaniania po utracie zdadności przez trzy czujniki z zestawu N czujników, przy następujących założeniach:

- pozostawanie węzła w stanie zdadności zmienia się wykładniczo zgodnie z zależnością (2), przy czym przyjęto wartości

$$\lambda \in \left[\frac{0,1}{T_H}, \frac{0,25}{T_H}, \frac{0,5}{T_H}, \frac{1}{T_H} \right];$$



Rys. 2. Uproszczony schemat blokowy modelu symulacyjnego
Fig. 2. Simplified block diagram of simulation model

- w każdym kroku dyskretyzacji tylko jeden czujnik może ulec degradacji;
- czas $T_H \in [17\,520\text{ h}, 52\,560\text{ h}]$;
- graniczna liczba losowań $g_{gr} = 3000$;
- czas odnowy T_o w trakcie jednego cyklu losowań jest stały, a następnie w kolejnym cyklu jego wartość jest zwiększana, przy czym przyjęto wartości $T_o \in [0, 15, 30, 45, 60, 120]$;
- liczba czujników N w trakcie jednego cyklu losowań jest stała, a następnie w kolejnym cyklu jest zwiększana, przy czym przyjęto wartości $N \in [10, 20, 50, 100]$.

4.1. Obliczenie wartości $R_{cl}(t)$ dla klastra bez odnowy

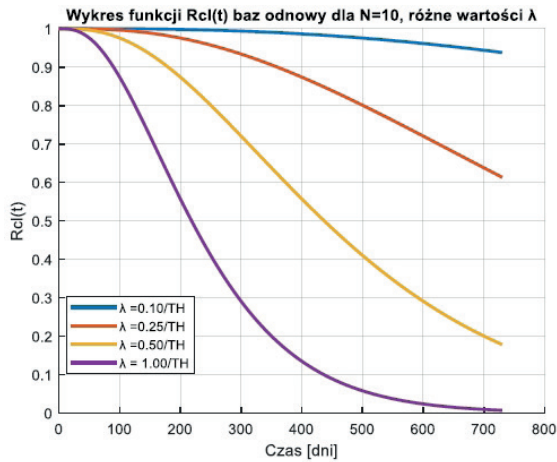
Obliczenia wartości $R_{cl}(t)$ dla klastra k -z- N czujników bez procesu odnowy zostały wykonane zgodnie ze wzorem zamieszczonym w pracy [17]³:

$$R_{cl}(t) = \sum_{i=k}^N \left(\frac{N}{i} \right) \cdot [R(t)]^i \cdot [1 - R(t)]^{N-i} \quad (9)$$

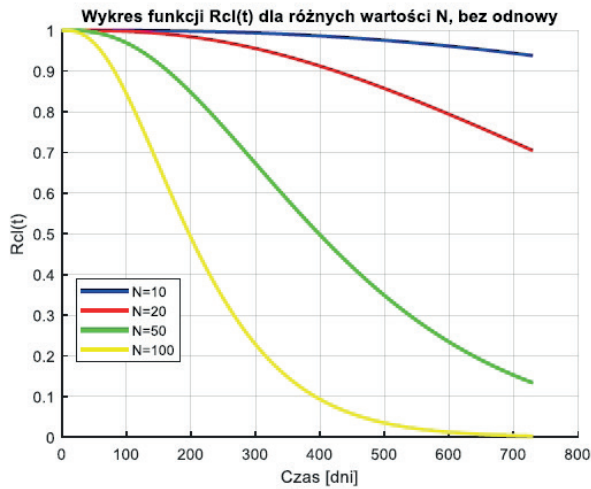
Wyniki wykonanych obliczeń zostały zilustrowane na rys. 3–5.

Przedstawione wykresy wskazują, że wartość $R_{cl}(t)$ dla wartości $\lambda = 1 / T_H$, dla zachowania prawdopodobieństwa poprawnej pracy klastra 3 z 10, wymaga stosowania odnowy już po co najwyżej kilkudziesięciu dniach, a dla większej liczby czujników zaledwie po kilku dniach. Dla wartości $\lambda = 0,1 / T_H$ dla $N = 10$

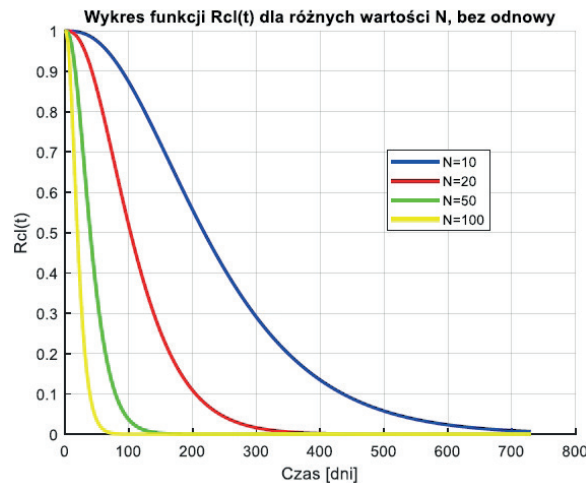
³ [17], str. 43, wzór 2.3.7.



Rys. 3. Wartości funkcji $R_{cl}(t)$ baz odnowy dla wartości $N = 10$, $T_H = 2$ lata, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników, dla różnych intensywności uszkodzeń λ
Fig. 3. Values of the $R_{cl}(t)$ function without renewal for the value $N = 10$, $T_H = 2$ years, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of λ



Rys. 4. Wartości funkcji $R_{cl}(t)$ bez odnowy dla różnych wartości N , $\lambda = 0,1/T_H$, $T_H = 2$ lata, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników
Fig. 4. Values of the $R_{cl}(t)$ function without renewal for $\lambda = 0,1/T_H$, $T_H = 2$ years, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of N



Rys. 5. Wartości funkcji $R_{cl}(t)$ baz odnowy dla różnych wartości N , $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 2$ lata, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników
Fig. 5. Values of the $R_{cl}(t)$ function without renewal for the value $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 2$ years, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of N

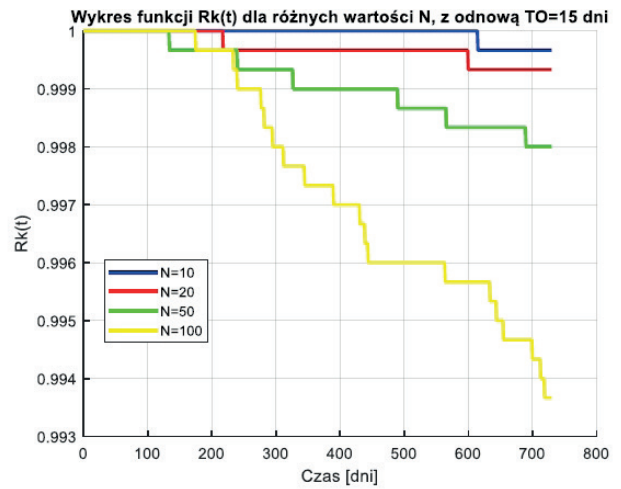
czas odnowy może być wybierany po kilkuset dniach, rzędu połowy czasu T_H , ale ze wzrostem liczby czujników niezawodność klastra bardzo szybko się pogarsza i dla $N = 100$ czujników może być konieczna odnowa już po kilkunastu dniach.

Ogólnie biorąc, wyniki symulacji wskazują, że zastosowanie odnowy jest niezbędne, a racjonalnie dobrany okres odnowy T_o zapewni zadawalające wartości podatności do pracy klastra. Dobór takiej – możliwie dużej – wartości czasu T_o , która zapewni akceptowalne wartości $R_k(t)$ ma istotne znaczenie ekonomiczne, obniżając koszty, zwłaszcza osobowe, eksploatacji klastra.

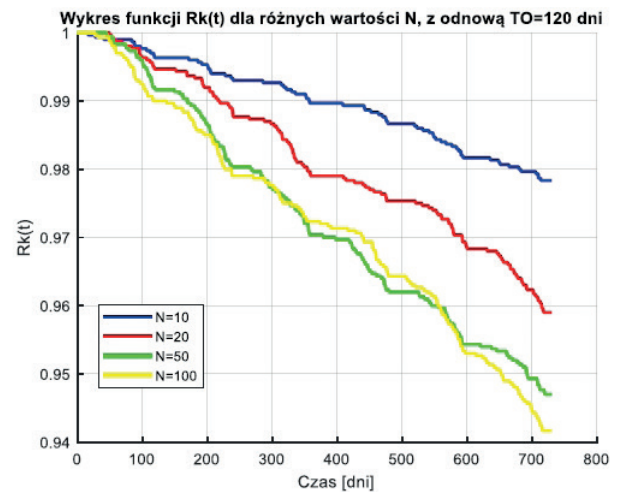
4.2. Obliczenie wartości $R_k(t)$ z odnową

Wykonana symulacja dla różnych czasów odnowy, przykładowo zilustrowana na rys. 6–8 wskazując, że dla $\lambda = 1/T_H$ i $T_o = 15$ dni uzyskuje się wartości $R_k(T_H)$ rzędu od 0,999 dla $N = 10$ do 0,993 dla $N = 100$ czujników.

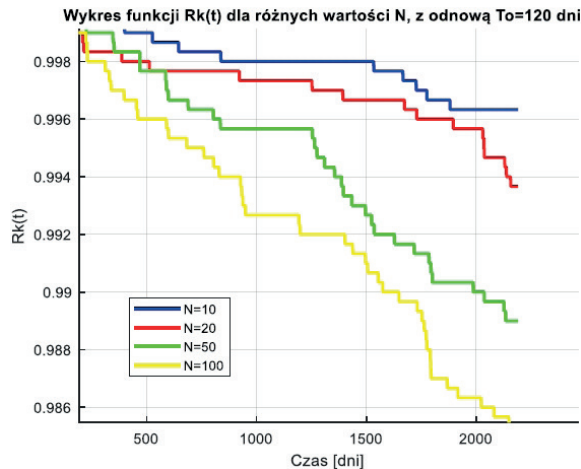
Przy wydłużeniu czasu odnowy do $T_o = 120$ dni uzyskuje się wartości $R_k(T_H)$ rzędu od 0,970 dla $N = 10$ do 0,944 dla $N = 100$ czujników, z zatem czterokrotne zwiększenie wartości T_o skutkuje pogorszeniem wartości $R_k(T_H)$ od około 3 % dla $N = 10$ do około 5 % dla $N = 100$.



Rys. 6. Wartości funkcji $R_k(t)$ dla różnych N z odnową, $T_H = 2$ lata, $\lambda = 1/T_H$, $T_o = 15$ dni, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników
Fig. 6. Values of the $R_k(t)$ function with renewal for the value $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 2$ years, $T_o = 15$ days, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of N



Rys. 7. Wartości funkcji $R_k(t)$ dla różnych N , $T_H = 2$ lata, $\lambda = 1/T_H$, $T_o = 120$ dni, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników
Fig. 7. Values of the $R_k(t)$ function with renewal for the value $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 2$ years, $T_o = 120$ days, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of N



Rys. 8. Wartości funkcji $R_k(t)$ dla różnych wartości N , z odnową $T_o=120$ dni, stan pochłaniania po degradacji trzech czujników
Fig. 8. Values of the $R_k(t)$ function with renewal for the value $\lambda = 1/T_H$, $T_H = 6$ years, $T_o = 120$ days, absorbing state after degradation of three sensors, for different values of N

Dla czasu odnowy $T_o = 120$ dni i wartości $T_H = 6$ lat używa się wartości $R_k(T_H)$ rzędu od 0,996 dla $N = 10$ czujników do 0,984 dla $N = 100$ czujników, a więc wartości porównywalne z $R_k(T_H)$ dla $T_o = 15$ dni i $T_H = 2$ lata, co wynika z zachowanej proporcji T_o do T_H .

4.3. Analiza zależności $R_k(T_o)$ i $R_k(N)$

Zestawienie danych w tabelach 1 i 2, po zastosowaniu dostępnych w środowisku MATLAB narzędzi dopasowywania krzywych, pozwala na uzyskanie wielomianowego modelu zależności między wartością R_k a wartością T_o czasu odnowy czujników w klastrze w postaci

$$R_k(T_o) = p_2 T_o^2 + p_1 T_o + p_0 \tag{10}$$

Tabela 1. Zbiór danych dla $T_H = 2$ lata, stan pochłaniania dla $k = N - 3$
Table 1. Data set for $T_H = 2$ years, absorbing state for $k = N - 3$

$N = 10$		$N = 20$		$N = 50$		$N = 100$	
T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$
15	0,99967	15	0,99933	15	0,99800	15	0,99367
30	0,99800	30	0,99633	30	0,99200	30	0,98600
45	0,99567	45	0,99300	45	0,98733	45	0,98333
60	0,99300	60	0,99000	60	0,98333	60	0,97167
120	0,97000	120	0,95967	120	0,94733	120	0,94367

Tabela 2. Zbiór danych dla $T_H = 6$ lat, stan pochłaniania dla $k = N - 3$
Table 2. Data set for $T_H = 6$ years, absorbing state for $k = N - 3$

$N = 10$		$N = 20$		$N = 50$		$N = 100$	
T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$	T_o	$R_k(T_H)$
15	1,00000	15	0,99900	15	0,99867	15	0,99833
30	0,99933	30	0,99867	30	0,99700	30	0,99633
45	0,99867	45	0,99833	45	0,99633	45	0,99500
60	0,99800	60	0,99700	60	0,99433	60	0,99333
120	0,99567	120	0,99433	120	0,98500	120	0,98367

dla znanej liczby N czujników w klastrze, a także modelu zależności między wartością R_k a liczbą N czujników w klastrze w postaci

$$R_k(N) = p_2 N^2 + p_1 N + p_0 \tag{11a}$$

lub uproszczonej do postaci

$$R_k(N) = p_1 N + p_0 \tag{11b}$$

dla znanej wartości czasu odnowy T_o .

Zależności (10), (11a) i (11b) przyjęto oceniając wartości RMSE, ujęte w tabelach 3 do 6.

Dokładność aproksymacji można polepszyć przyjmując aproksymację $R_k(T_o)$ lub $R_k(N)$ wielomianami wyższego stopnia, gdyby było to konieczne ze względów praktycznych.

Na podstawie modeli kwadratowych lub liniowych można analitycznie dobrać wartości T_o oraz N dla zadanej, minimalnej wartości niezawodności $R(t)$.

Tabela 3. Zbiór wartości współczynników p_j w modelu (10) dla $T_H = 2$ lata
Table 3. Set of p_j coefficient values in model (10), $T_H = 2$ years

N	p_2	p_1	p_0	RMSE
10	$-2,1550 \cdot 10^{-6}$	$1,0317 \cdot 10^{-5}$	0,9998	0,0003
20	$-2,6318 \cdot 10^{-6}$	$-1,7402 \cdot 10^{-5}$	0,9997	0,0009
50	$-2,3043 \cdot 10^{-6}$	$-1,6201 \cdot 10^{-4}$	1,0001	0,0015
100	$-4,7891 \cdot 10^{-7}$	$-4,1288 \cdot 10^{-4}$	1,0000	0,0026

Tabela 4. Zbiór wartości współczynników p_j w modelu (11a) dla $T_H = 2$ lata

Table 4. Set of p_j coefficient values in model (11a), $T_H = 2$ years

N	p_2	p_1	p_0	$RMSE$
15	$-4,9701 \cdot 10^{-7}$	$-1,1631 \cdot 10^{-5}$	0,9998	0,0003
30	$3,3462 \cdot 10^{-7}$	$-1,6979 \cdot 10^{-4}$	0,9996	0,0003
45	$1,4307 \cdot 10^{-7}$	$-2,9369 \cdot 10^{-4}$	0,9984	0,0001
60	$1,0520 \cdot 10^{-7}$	$-2,4577 \cdot 10^{-4}$	0,9952	0,0004
120	$5,5395 \cdot 10^{-7}$	$-8,8661 \cdot 10^{-4}$	0,9771	0,0024

Tabela 5. Zbiór wartości współczynników p_j w modelu (10) dla $T_H = 6$ lat

Table 5. Set of p_j coefficient values in model (10), $T_H = 6$ years

N	p_2	p_1	p_0	$RMSE$
10	$4,9322 \cdot 10^{-8}$	$-4,7987 \cdot 10^{-5}$	1,0007	0,0000
20	$-1,0142 \cdot 10^{-7}$	$-3,2362 \cdot 10^{-5}$	0,9996	0,0004
50	$-6,1261 \cdot 10^{-7}$	$-4,5881 \cdot 10^{-5}$	0,9993	0,0004
100	$-4,4626 \cdot 10^{-7}$	$-7,7247 \cdot 10^{-5}$	0,9994	0,0003

Tabela 6. Zbiór wartości współczynników p_j w modelu (11b) dla $T_H = 6$ lat

Table 6. Set of p_j coefficient values in model (11b), $T_H = 6$ years

N	p_1	p_0	$RMSE$
15	$-1,5000 \cdot 10^{-5}$	0,9997	0,0004
30	$-3,2684 \cdot 10^{-5}$	0,9993	0,0004
45	$-4,1847 \cdot 10^{-5}$	0,9990	0,0003
60	$-5,1061 \cdot 10^{-5}$	0,9980	0,0007
120	$-1,3874 \cdot 10^{-5}$	0,9959	0,0023

5. Podsumowanie

Ocena niezawodności sieci bezprzewodowych czujników ma fundamentalne znaczenie, gdyż te sieci są jednym z podstawowych podsystemów stosowanych w wielu obszarach.

Do oceny niezawodności wymienionych sieci zastosowano metodę modułów przejść. W porównaniu do metod niezawodnościowych scharakteryzowanych w rozdziale drugim metoda ta posiada zalety, wśród których wyróżnić należy możliwości przyjęcia założeń np., że intensywności uszkodzeń są zależne od czasu i wtedy prawdopodobieństwa przebywania w stanie zdatności elementów układu mogą być opisywane różnymi rozkładami prawdopodobieństwa, np. normalnym, Weibulla, gamma czy potęgowym. Również czasy przebywania elementów w stanach niezdatności do pracy nie muszą być zdeterminowane czasowo ale mogą być opisywane różnymi rozkładami prawdopodobieństwa przywracania stanów zdatności. Uwzględnienie zależności intensywności uszkodzeń od czasu tzn. $\lambda(t)$ znacznie rozszerza możliwości zastosowania metody modułów przejść, ponieważ można wtedy uwzględnić proces degradacji elementów będący skutkiem ich starzenia oraz uwzględnić wstępny okres ujawniania się uszkodzeń wynikający z wad produkcyjnych, opisywanych na tak zwanych „krzywych życia” (funkcjach intensywności uszkodzeń). Ocena niezawodności układów sieciowych metodą

modułów przejść umożliwia prowadzenie analizy zmian niezawodności w dyskretnych przedziałach czasowych Δt_i , co pozwala na precyzyjną ocenę stanu niezawodnościowo-eksploatacyjnego badanego układu. W efekcie analizy uzyskujemy dobranie uzasadnionej ekonomicznie liczby elementów rezerwowych $N - k$ oraz wyznaczenie czasów przeprowadzania przez serwis WSN odnowy czujników w celu przywrócenia węzła - i w konsekwencji sieci – do stanu zdatności.

Bibliografia

- Hertneck M., Meister D., Allgöwer F., *Current trends and future directions in event-based control*, “European Journal of Control”, Vol. 87, 2026, DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101387.
- Kabashkin I., Kundler J., *Reliability of Sensor Nodes in Wireless Sensor Networks of Cyber Physical Systems*, “Procedia Computer Science”, Vol. 104, 2017, 380–384, DOI: 10.1016/j.procs.2017.01.149.
- Boniewicz M., Zieliński M., *Metoda zrównoważonego zużycia energii w bezprzewodowej sieci pomiarowej*, „Pomiary Automatyka Kontrola”, R. 59, Nr 5, 2013, 434–436.
- Meyer zu Westerhausen S., Schneider J., Lachmayer R., *Reliability Analysis for Sensor Networks and Their Data Acquisition: A Systematic Literature Review*, Proceedings of the International Conference on Engineering Design (ICED23), 2023, 3065–3074, DOI: 10.1017/pds.2023.307.
- Munirathinam S., *Drift Detection Analytics for IoT Sensors*, “Procedia Computer Science”, Vol. 180, 2021, 903–912, DOI: 10.1016/j.procs.2021.01.341.
- Kwon S., et al. *A Sensor Drift Compensation Method with a Masked Autoencoder Module*, “Applied Sciences”, Vol. 14, No. 6, 2024, DOI: 10.3390/app14062604.
- Mishra P, Dash RK, Panda DK, Ashish, Lal B, Gupta NS. *Reliability Evaluation of a Wireless Sensor Network in Terms of Network Delay and Transmission Probability for IoT Applications*, “Contemporary Mathematics”, Vol. 5, No. 1, 2024, 309–325, DOI: 10.37256/cm.512024290.
- Kumar A., Jadhav S., Alsalami O.M., *Reliability and Sensitivity Analysis of Wireless Sensor Network Using a Continuous-Time Markov Process*, “Mathematics”, Vol. 12, No. 19, 2024, DOI: 10.3390/math12193057.
- Hurst A., Kalinichev A.V., Koren K., Lucani D.E., *Not all those who drift are lost. Drift correction and calibration scheduling for the IoT*, “IEEE Internet of Things Journal”, Vol. 13, No. 2, 2026, 2144–2154, DOI: 10.1109/JIOT.2025.3628204.
- Głuch J., *Wpływ degradacji urządzeń pomiarowych na pozyskiwanie symptomów niesprawnej pracy złożonych obiektów energetycznych*, „Diagnostyka”, Vol. 46, No. 2, 2008, 67–70.
- Martins A., Fonseca I., Farinha J.T., Reis J. Cardoso A.J.M, *Online Monitoring of Sensor Calibration Status to Support Condition-Based Maintenance*, “Sensors”, Vol. 23, No. 5, 2023, DOI: 10.3390/s23052402.
- Iwaniec W., *Macierzowy cyfrowy cień sieci czujników IoT*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 29, Nr 1, 2025, 91–97, DOI: 10.14313/PAR_255/91.
- Szybka J., *Zagadnienia rezerwowania w eksploatacji odnawialnych systemów maszynowych z rezerwą przesuwającą się*, „Zeszyty Naukowe AGH”, Nr 1233, Kraków,1989.
- Szybka J., *Prognozowanie niezawodności urządzeń mechanicznych funkcjonujących w układach z rezerwą*, Rozprawy Monografie, Wydawnictwa AGH, Nr 34, Kraków, 1996.
- Młynarski S., Pilch R., Smolnik M., Szybka J., Wiązania G., *Zapewnienie wymaganej niezawodności układów typu k-z-N szacowanej analitycznymi i symulacyjnymi metodami obliczeniowymi*, „Journal of KONBiN”, Vol. 42, Nr 1, 2017, 264–272, DOI:10.1515/jok-2017-0028.

16. Młynarski S., Pilch R., Smolnik M., Szybka J., Wiązania G., *A method for rapid evaluation of k-out-of-n systems reliability*, „Eksploracja i Niezawodność”, Vol. 21, No. 1, 2019, 170–176, DOI: 10.17531/ein.2019.1.20.
17. Lenkiewicz W., Szybka J., *Problemy badawcze w eksploatacji wybranych obiektów technicznych*, Polska Akademia Nauk. Komitet Budowy Maszyn, Sekcja podstaw eksploatacji. Polskie Naukowo-Techniczne Towarzystwo Eksploatacyjne, Warszawa 2010.
18. Dethoor J.M., Groboillot J.L., *Trwałość urządzeń technicznych*, WNT, Warszawa 1971.
19. Sztarski M., *Niezawodność i eksploatacja urządzeń elektro-nicznych*, WKiŁ, Warszawa 1972.

Reliability Analysis of Wireless Sensor Networks Using the Transition Module Method

Abstract: This article presents the possibilities of using the transition modules method to analyze the reliability of wireless sensor networks. A simulation analysis of the reliability of a sensor cluster in a star topology was performed. It was assumed that the measurement results are reliable if there are k out of N sensors in the cluster that are serviceable. Calculations were performed for different values of N and different recovery times of unserviceable sensors. The method was shown to be useful for selecting the most economically advantageous value of sensor renewal time and number of sensors.

Keywords: wireless sensor network, reliability of the sensor network, transition modules method, safety-related systems, k -out-of- n clusters, renewal time

mgr inż. Marcin Bydłosz

m_bydlosz@atar.edu.pl

ORCID: 0009-0003-0720-1139

Starszy wykładowca w Katedrze Informatyki Akademii Tarnowskiej w Tarnowie. Absolwent Akademii Tarnowskiej, kierunku Informatyka (2005) oraz Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie, na kierunku Automatyka i Robotyka (2008). Ma kilkunastoletnie doświadczenie praktyczne w zakresie administracji, konfiguracji i zarządzania systemami serwerowymi na platformach Windows oraz Unix/Linux, a także w administracji i zarządzaniu środowiskami wirtualizacji sprzętowo-programowej. W latach 2017–2023 pełnił funkcję eksperta ds. utrzymania łącza i transmisji informacji w projekcie Modernizacja Kształcenia Zawodowego w Małopolsce II. Zainteresowania naukowe obejmują zagadnienia bezprzewodowych sieci czujników, niezawodności systemów rozproszonych oraz ich zastosowań w inteligentnych systemach monitorowania.



dr inż. Władysław Iwaniec

wiw@atar.edu.pl

ORCID: 0000-0002-5253-7710

Adiunkt w Katedrze Automatyki, Robotyki i Inżynierii Elektrycznej Akademii Tarnowskiej w Tarnowie, prorektor Akademii Tarnowskiej w Tarnowie w latach 1998–2007. Ma bogate doświadczenie w zakresie wdrażania i eksploatacji systemów informatycznych. Pracował m.in. jako dyrektor Ośrodka Informatyki Urzędu Wojewódzkiego w Tarnowie, brał udział w wielu przedsięwzięciach z zakresu zastosowań informatyki w służbie zdrowia, uczestniczył w organizacji obsługi informatycznej wyborów na szczeblu krajowym i okręgowym. Odznaczony m.in. Złotym Krzyżem Zasługi i Srebrnym Medalem za „Zasługi dla obronności kraju”. Zainteresowania naukowe obejmują zagadnienia kryptografii i bezpieczeństwa sieci i systemów komputerowych oraz identyfikacji układów sterowania.



dr hab. inż. Jan Szybka, prof. AT

szybja@agh.edu.pl

ORCID: 0000-0002-9413-678X

Profesor Wydziału Nauk Technicznych Akademii Tarnowskiej, dyscyplina naukowa Inżynieria Mechaniczna oraz Automatyka, Elektronika, Elektrotechnika i Technologie Kosmiczne. Badania naukowe prowadzone w zakresie analizy i oceny niezawodności złożonych układów technicznych oraz dotyczące projektowania ich systemów eksploatacji. Opublikowanych ponad 150 publikacji, współautorstwo w opracowaniu ośmiu książek, w tym dwie autorskie oraz wypromowanych siedmiu doktorów.

