

Szybki dyskretny regulator PID dla serwomechanizmu prądowego

Andrzej Bożek

Politechnika Rzeszowska, Katedra Informatyki i Automatyki, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Streszczenie: Przedstawiono opracowaną metodę doboru nastaw dyskretnego regulatora PID dla serwomechanizmu prądowego modelowanego przez podwójny integrator. Metoda pozwala uzyskać dowolnie szybką dynamikę odpowiedzi, aż do regulacji typu dead-beat. Jej zastosowanie wymaga czteroparametrowego wariantu regulatora z filtracją w członie różniczkującym. Wyprowadzono analityczne zależności pozwalające na obliczenie nastaw w oparciu o podstawowe proste parametry projektowe: wzmocnienie obiektu, czas cyklu regulatora oraz zadany czas regulacji. Zweryfikowano metodę strojenia symulacyjnie i przeanalizowano zależność między szybkością regulacji, a wrażliwością na odchyłki wzmocnienia obiektu od wartości projektowej. W eksperymencie z obiektem rzeczywistym potwierdzono prawidłowe działanie układu regulacji dla nastaw ustalających czas regulacji na 5-krotność oraz 10-krotność czasu cyklu regulatora. Nastawy proponowane w poprzednich pracach pozwalały uzyskać czas regulacji co najmniej 25-krotnie dłuższy od czasu cyklu.

Słowa kluczowe: serwomechanizm prądowy, podwójny integrator, regulacja dyskretna, regulator PID, regulacja dead-beat, lokalizacja biegunów, biegun wielokrotny

1. Wprowadzenie

Współczesne układy regulacji oparte są na sterownikach cyfrowych, które realizują algorytmy dyskretny. Zwykle jednak cykl pracy sterowników jest na tyle krótki w relacji do dynamiki sterowanego obiektu lub procesu, że do strojenia regulatorów można stosować nastawy wynikające z teorii regulacji ciągłej. Niekiedy warunki takie mogą być jednak niespełnione i wtedy wymagane są metody strojenia uwzględniające dyskretny działanie układu. W artykule przedstawiono sposób strojenia dyskretnego regulatora PID dla obiektu o transmitancji podwójnie całkującej. Transmitancja taka została skojarzona z serwomechanizmem prądowym, ale uzyskane wyniki można zastosować do dowolnych obiektów o tej dynamice.

Ze względu na prosty sposób programowej implementacji dowolnych transmitancji dyskretnych, liniowe regulatory dyskretny nie muszą mieć struktury PID. Pozwala to na ich bardziej elastyczne projektowanie, np. metodą syntezy bezpośredniej. Z drugiej strony, zachowanie struktury PID ma wiele korzyści. Przede wszystkim, regulator PID ma tylko kilka nastaw, których typowy wpływ na działanie układu regulacji jest dobrze znany

inżynierom. Jeśli zatem wstępnie obliczone nastawy będą nieodpowiednie, np. ze względu na niedokładną identyfikację obiektu, łatwo dokonać ich ręcznej korekty. Dodatkowo, pakiety oprogramowania inżynierskiego i narzędziowego dla automatyki, jak również biblioteki algorytmów dla urządzeń sterujących zawierają szerokie wsparcie dla regulatorów PID. W związku z tym, przyjęto ograniczenie, aby zaprojektowany algorytm regulacji miał strukturę PID.

Wybrana konfiguracja regulatora PID i wyprowadzone nastawy zostały określone jako szybkie w sensie relacji czasu regulacji t_r do czasu cyklu sterownika Δ . Istniejące prace prezentują sposoby strojenia minimalizujące t_r/Δ do wartości około 25, przy czym limit ten wynika z ograniczenia w lokalizacji bieguna dominującego transmitancji układu zamkniętego. W niniejszej pracy ustalono, że to ograniczenie można pokonać przez zastosowanie w dyskretnym regulatorze PID członu różniczkującego z filtracją. W takim przypadku możliwe staje się dowolne zlokalizowanie bieguna wielokrotnego i dowolne zmniejszenie stosunku t_r/Δ , aż do biegunów w położeniu 0, tj. regulacji typu dead-beat.

W kolejnym rozdziale przedstawiono przegląd literatury związanej z tematyką pracy. W rozdziale trzecim wprowadzono transmitancje dyskretny elementów rozważanej struktury regulacyjnej. Zasadniczy tok projektowy prowadzący do uzyskania nastaw dyskretnego regulatora PID został omówiony w rozdziale czwartym. W rozdziale piątym zostały przeanalizowane wybrane właściwości układu z zaprojektowanym regulatorem. W rozdziale szóstym przedstawiono weryfikację zaproponowanej metody strojenia opartą na eksperymentach z rzeczywistym układem serwomechanizmu prądowego. Ostatni rozdział zawiera podsumowanie pracy.

Autor korespondujący:

Andrzej Bożek, abozek@kia.prz.edu.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 22.02.2024 r., przyjęty do druku 15.12.2024 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Int.

2. Przegląd literatury

Istnieje wiele metod sterowania podwójnym integratorem. Przegląd popularnych rozwiązań został przedstawiony w pracy [1]. Podwójny integrator jest podstawowym, ale wystarczającym w większości zastosowań, modelem silników sterowanych prądem, tzn. generujących moment obrotowy lub siłę proporcjonalną do sygnału sterującego [2]. W bardziej szczegółowych symulacjach i sposobach identyfikacji silników stosuje się czasami modele uwzględniające więcej parametrów, przede wszystkim związanych z tarcieniem [3, 4].

W praktyce, zwłaszcza w zastosowaniach przemysłowych, preferowane są dla serwomechanizmów regulatory proste w strojeniu i odporne na niedokładności nastaw oraz zmienność parametrów. Są to zwykle regulatory typu PID pracujące w strukturze jednoobwodowej lub kaskadowej (położenie-prędkość) [2], strojone metodami częstotliwościowymi [5] lub metodą lokalizacji biegunów.

Lokalizacja biegunów systemu liniowego nie nastęrcza problemów w przypadku zastosowania regulatora stanu [6], bywa natomiast trudniejsza z wykorzystaniem regulatora PID, zwłaszcza gdy liczba jego parametrów nie odpowiada liczbie lokowanych biegunów. W dopasowaniu regulatora PID do obiektu mogą być stosowane założenia upraszczające, takie jak eliminacja biegun-zero [6, 7] lub podwójne zero regulatora [8]. Używane są również zmodyfikowane postacie algorytmów PID ułatwiające lokalizację [9]. Dla przypadków, w których nie można dokładnie zlokalizować wszystkich biegunów, zaproponowano metody gwarantujące wymagane położenia biegunów dominujących w układach ciągłych [10] oraz dyskretnych [11]. W zagadnieniu lokalizacji biegunów pomocna jest metoda linii pierwiastkowych [6, 12, 8], łącząca cechy graficzne, numeryczne i analityczne.

Szczególnym przypadkiem lokalizacji biegunów wielokrotnego w układzie dyskretnym jest jego umiejscowienie w położeniu 0. Prowadzi to do szybkich przebiegów regulacyjnych ustalających się w skończonej liczbie cykli (dead-beat) [6]. Metoda ta stosowana jest dosyć często w regulacji układów energoelektronicznych, a w przypadku napędów głównie w regulatorach prądu [13].

Niniejsza praca nawiązuje najbliższej do badań przedstawionych w [8, 14], których celem było uzyskanie analitycznych zależności na nastawy regulatorów PID dla serwomechanizmów w oparciu o lokalizację biegunów wspieraną metodą linii pierwiastkowych. Jednym z celów szczegółowych było otrzymanie szybkiego dyskretnego regulatora PID dla serwomechanizmu prądowego. Stosując regulator z podwójnym zerem uzyskano minimalny stosunek czasu regulacji do czasu cyklu $t_r / \Delta \cong 45$ [8], następnie zwiększono szybkość uzyskując $t_r / \Delta \cong 25$ w oparciu o nastawy z biegunem wielokrotnym [14]. Biegun wielokrotny ma jednak stałą lokalizację, której nie da się modyfikować nastawami, i dalsze przyspieszanie regulacji dla przyjętej struktury PID jest niemożliwe. W niniejszej pracy rozszerzono model regulatora o filtrację w członie różniczkującym, co pozwoliło pokonać wcześniejsze ograniczenie i opracować nastawy zapewniające dowolną szybkość regulacji osiągalną w układzie dyskretnym, tzn. aż do przebiegów typu dead-beat.

3. Modele transmitancyjne obiektu i regulatora

Obiektem sterowania jest silnik o transmitancji ciągłej podwójnie całkującej k_o/s^2 . W typowej implementacji cyfrowego sterowania serwomechanizmem sygnał sterujący jest generowany przez przetwornik cyfrowo-analogowy, który ekstrapoluje jego wartość na przedziały czasu równe cyklowi próbkowania Δ . W efekcie modelem dyskretnym obiektu jest ZOH – odpowiednik jego transmitancji ciągłej

$$G_o(z) = k_o \frac{\Delta^2}{2} \frac{z+1}{(z-1)^2}. \quad (1)$$

Jako referencyjną postać dyskretnego algorytmu PID przyjęto implementację zastosowaną w bloku PID oprogramowania Simulink. Transmitancja regulatora

$$G_{PID}(z) = k_p + k_i I(z) + k_d D(z) \quad (2)$$

zawiera człony dyskretnego całkowania $I(z)$ oraz różniczkowania $D(z)$. Możliwy jest wybór kilku wariantów implementacji tych członów. Całkowanie może być realizowane metodą prostokątów wprzód i wstecz oraz metodą trapezów, co odpowiada transmitancjom członu $I(z)$ równym kolejno

$$I_F(z) = \frac{\Delta}{z-1}, \quad I_B(z) = \frac{\Delta z}{z-1}, \quad I_T(z) = \frac{\Delta}{2} \frac{z+1}{z-1}. \quad (3)$$

Człon $D(z)$ realizuje albo aproksymację różnicową, albo różniczkowanie z filtracją, mając transmitancję odpowiednio

$$D_A(z) = \frac{z-1}{\Delta z} \quad \text{lub} \quad D_F(z) = \frac{N}{1+NI(z)},$$

przy czym integrator $I(z)$ użyty w $D_F(z)$ może mieć również dowolną realizację spośród podanych w (3). Konfiguracja PID pozwala więc na trzy warianty bloku całkującego i niezależnie cztery warianty bloku różniczkującego, łącznie dwanaście wariantów. Nastawami regulatora są wzmocnienia: proporcjonalne (k_p), całkujące (k_i) i różniczkujące (k_d), a także parametr N w konfiguracjach z członem $D_F(z)$. Respektowany będzie klasyczny warunek stosowania nastaw o wartościach nieujemnych.

Niezależnie od wariantu regulatora, jego zastępczą transmitancję zawsze można zapisać w postaci

$$G_{PID}(z) = k_r \frac{z^2 - bz + c}{(z-1)(z+d)}, \quad (4)$$

ponieważ człon całkujący wnosi do mianownika czynnik $z-1$, a człon różniczkujący czynnik $z+d$, w szczególności $d=0$ dla $D_A(z)$. Konkretny wariant decyduje o relacji między parametrami k_r , b , c , d i nastawami k_p , k_i , k_d , N .

4. Nastawy dla wielokrotnego biegunu układu zamkniętego

Na podstawie (1) i (4) transmitancja układu otwartego

$$G_{op}(z) = k_r \frac{z^2 - bz + c}{(z-1)(z+d)} k_o \frac{\Delta^2}{2} \frac{z+1}{(z-1)^2} = \frac{K(z^2 - bz + c)(z+1)}{(z+d)(z-1)^3},$$

gdzie

$$K = k_r k_o \frac{\Delta^2}{2}. \quad (5)$$

Stąd, przy jednostkowym sprzężeniu zwrotnym stosowanym w strukturze serwomechanizmu, transmitancja układu zamkniętego

$$G_{cl}(z) = \frac{K(z^2 - bz + c)(z + 1)}{(z + d)(z - 1)^3 + K(z^2 - bz + c)(z + 1)}. \quad (6)$$

Lokalizację wielokrotnego (tutaj poczwórnego) bieguna układu zamkniętego w położeniu r uzyskuje się przyrównując mianownik transmitancji (6) do wielomianu

$$(z - 4)^4 = z^4 - 4rz^3 + 6r^2z^2 - 4r^3z + r^4.$$

Prowadzi to do układu równań

$$\begin{aligned} K - d - 3 &= -4r, \\ K(1 - b) + 3(1 + d) &= 6r^2, \\ K(c - b) - 3d - 1 &= -4r^3, \\ Kc + d &= r^4, \end{aligned}$$

który ma rozwiązanie

$$K = \frac{(r - 1)^2(r^2 + 6r + 17)}{8}, \quad (7a)$$

$$b = \frac{4(r + 1)(r + 5)}{r^2 + 6r + 17}, \quad (7b)$$

$$c = \frac{7r^2 + 10r + 7}{r^2 + 6r + 17}, \quad (7c)$$

$$d = -\frac{r^4 + 4r^3 + 6r^2 + 4r - 7}{8}, \quad (7d)$$

zatem parametry K , b , c , d wyrażają się przez funkcje wymierne bieguna r określone dla każdej jego wartości. Możliwa jest więc dowolna lokalizacja rzeczywistego bieguna poczwórnego, przynajmniej w sensie realizowalności algorytmu regulacji reprezentowanego przez transmitancję (4). Pozostaje do zwyfikowania, czy uzyskane parametry pociągają za sobą dozwolone nastawy k_p , k_i , k_d , N .

Podstawienie $d = 0$ w (7d), odpowiadające zastosowaniu różniczkowania $D_A(z)$ w regulatorze, prowadzi do równania, którego jedynym rozwiązaniem reprezentującym biegun stabilny jest $r_* = 2^{3/4} - 1$. Wynik ten jest spójny z rezultatem pracy [14], w której ustalono, że regulator z różniczkowaniem w formie aproksymacji różnicowej może zlokalizować biegun poczwórny tylko w położeniu r_* . Wynikają stąd założenia dla dalszego toku projektowania:

- Rozważane będą wartości $r \in [0, r_*)$, ponieważ przypadek z lokalizacją biegunów dominujących w przedziale $[r_*, 1)$ został uwzględniony w [14]. Niniejszy projekt obejmuje zatem najszybsze możliwe nastawy regulatora w sensie minimalizacji ilorazu t_r/Δ .
- Aby zlokalizować biegun poczwórny w przedziale $[0, r_*)$ niezbędne jest $d \neq 0$, zatem musi zostać użyty człon różniczkujący z filtracją $D_F(z)$.

Zakres i charakter zmienności parametrów transmitancji regulatora w funkcji $r \in [0, r_*)$ przedstawiono na wykresach (Rys. 1). Wykresy mogą służyć również jako nomogramy do przybliżonego określenia wartości parametrów, zamiast ich dokładnego obliczania na podstawie zależności (7a)–(7d). Projektowy czas regulacji wynika z zależności $z = e^{\Delta s}$ łączącej lokalizację bieguna dyskretnego i jego odpowiednika ciągłego oraz z obserwacji, że

biegunowi ciągłemu poczwórnemu s odpowiada czas ustalania odpowiedzi skokowej równy około $9,1/|s|$. W efekcie uzyskuje się oszacowanie czasu regulacji

$$t_r = \frac{9,1}{|\ln r|} \Delta. \quad (8)$$

Na wykresie czasu regulacji skonfrontowano również wartość projektową (8) z wynikiem opartym na symulacji odpowiedzi skokowej. Porównywane wartości wykazują dobrą zgodność, różnica bezwzględna nie przekracza czasu jednego cyklu.

Zależnie od wyboru wariantu integratora (3) w bloku filtrowanego różniczkowania, parametr d w mianowniku transmitancji (4) uzyskuje wartość

$$N\Delta - 1, \quad \frac{-1}{N\Delta + 1} \quad \text{lub} \quad \frac{N\Delta - 2}{N\Delta + 2},$$

odpowiednio dla $I_F(z)$, $I_B(z)$ i $I_T(z)$. Trzeba zatem odrzucić wariant z całkowaniem metodą prostokątów wstecz, ponieważ nie zapewni on właściwej wartości d dla $N \geq 0$. Możliwe do użycia pozostają warianty z dowolną realizacją członu całkującego oraz z integratorami $I_F(z)$ lub $I_T(z)$ w członie $D_F(z)$. Szczegółowe wyprowadzenie nastaw zostanie przedstawione dla przypadku wykorzystania $I_F(z)$ w obu członach, dla pozostałych wariantów przebieg obliczeń jest analogiczny. Ukonkretniony wariant regulatora ma transmitancję

$$G_{PID_FF}(z) = k_p + k_i \frac{\Delta}{z - 1} + k_d \frac{N}{1 + N \frac{\Delta}{z - 1}}. \quad (9)$$

Porównanie (4) z (9) z uwzględnieniem (5) prowadzi do układu równań, z którego można uzyskać nastawy

$$k_p = \frac{2K(d(2 - b) - c + 1)}{k_o \Delta^2 (d + 1)^2}, \quad (10a)$$

$$k_i = \frac{2K(c - b + 1)}{k_o \Delta^3 (d + 1)}, \quad (10b)$$

$$k_d = \frac{2K(d(b + d) + c)}{k_o \Delta (d + 1)^3}, \quad (10c)$$

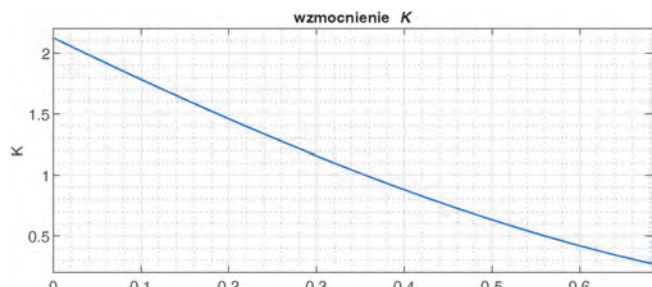
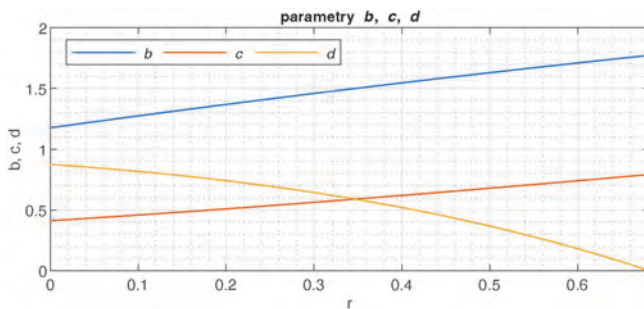
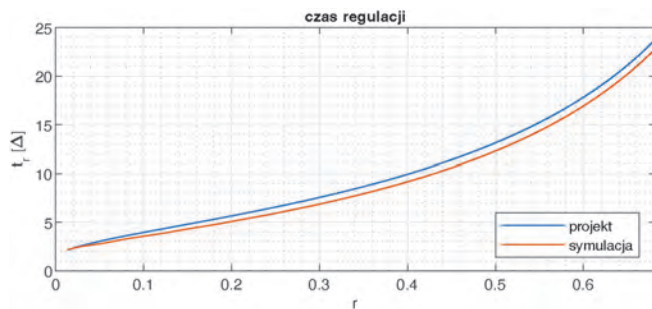
$$N = \frac{d + 1}{\Delta}. \quad (10d)$$

Podstawienie (7a)–(7d) do (10a)–(10d) pozwala otrzymać zależności

$$k_p = \frac{4(1 - r)^2(r^4 + 12r^3 + 46r^2 + 92r + 89)}{k_o \Delta^2 (r + 3)^2 (r^2 + 2r + 5)^2}, \quad (11a)$$

$$k_i = \frac{8(1 - r)^3}{k_o \Delta^3 (r + 3)(r^2 + 2r + 5)}, \quad (11b)$$

$$k_d = \frac{2(1 - r)(r^2 + 4r + 7)^4}{k_o \Delta (r + 3)^3 (r^2 + 2r + 5)^3}, \quad (11c)$$

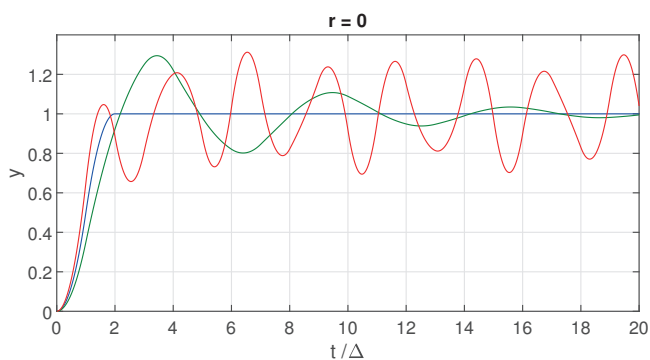
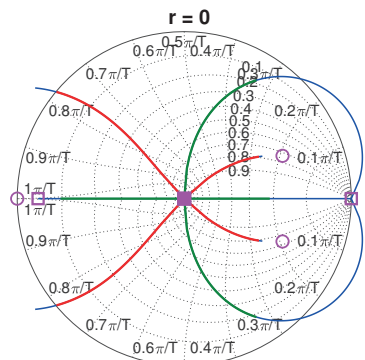


Rys. 1. Czas regulacji i parametry transmitancji regulatora w funkcji bieguna r

Fig. 1. Settling time and controller transfer function parameters as a function of r pole

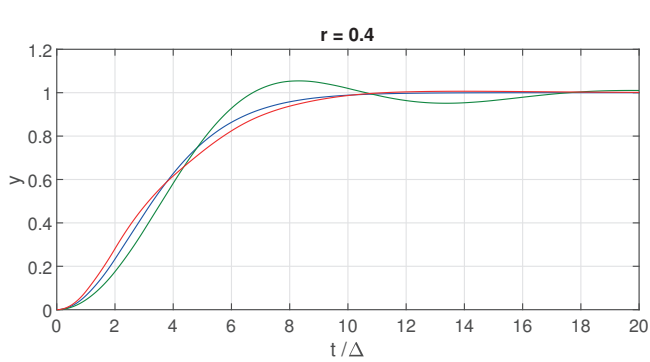
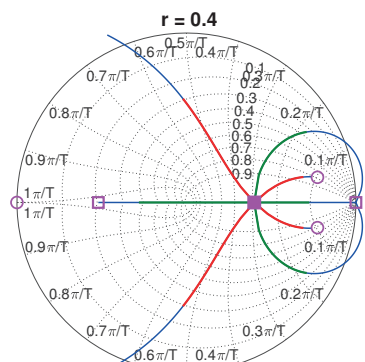
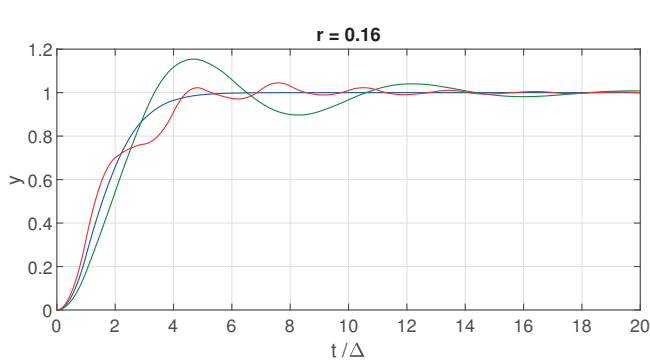
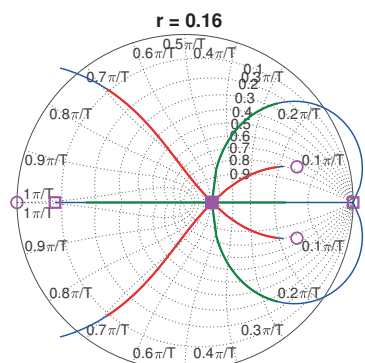
- bieguny otw. — $\kappa \in [0.7, 1]$
- zera otw. — $\kappa \in [1, 1.3]$
- bieguny zamk.

- $\kappa = 1$
- $\kappa = 0.7$
- $\kappa = 1.3$



Rys. 2. Linie pierwiastkowe i odpowiedzi skokowe dla $r = 0; 0.16; 0.4$

Fig. 2. Root locus and step responses for $r = 0, 0.16, 0.4$



$$N = \frac{(1-r)(r+3)(r^2+2r+5)}{8\Delta}, \quad (11d)$$

które wyrażają nastawy regulatora w funkcji podstawowych danych projektowych k_0 , Δ i r . Postać uzyskanych wyrażeń wskazuje, że wszystkie nastawy będą nieujemne dla użytecznych wartości r .

Procedura strojenia sprowadza się do określenia wartości $r \in [0, r_*)$ odpowiadającej wymaganemu stosunkowi t_r/Δ , zgodnie z (8), a następnie obliczenia nastaw na podstawie zależności (11a)–(11d).

5. Właściwości układu regulacji

Dla zbadania właściwości układu przeanalizowano przebieg linii pierwiastkowych parametryzowanych wzmocnieniem toru otwartego oraz kształt odpowiedzi skokowych.

Odpowiedzi skokowe wygenerowano dla pętli regulacyjnej poprzedzonej filtrem wielkości zadanej, który redukuje zera transmitancji wnoszone przez regulator (4) i w efekcie eliminuje przeregulowanie. Transmitancja filtra

$$F(z) = \frac{(1-b+c)z^2}{z^2-bz+c}. \quad (12)$$

Wyniki weryfikacji przedstawiono na Rys. 2. Uwzględniono trzy położenia bieguna wielokrotnego, $r = 0; 0,16; 0,4$, dla których t_r/Δ wynosi odpowiednio 2, 5 i 10. Współczynnik $\kappa = \tilde{K}/K$ jest miarą odstrojenia rzeczywistego wzmocnienia układu otwartego \tilde{K} od wartości projektowej K . Na liniach pierwiastkowych wyróżniono fragmenty odpowiadające odstrojeniu w zakresach $\kappa \in [0,7; 1]$ oraz $\kappa \in [1; 1,3]$. Odpowiedzi skokowe zasymulowano dla $\kappa = 0,7; 1; 1,3$. Graniczna dolna wartość $r = 0$ charakteryzuje się największą wrażliwością układu na odchyłki wzmocnienia. Przypadek $\kappa = 1,3$ odpowiada wzmocnieniu krytycznemu, zgodnie z wykresem linii pierwiastkowych, co potwierdza również wykres odpowiedzi skokowej wykazujący oscylacje na granicy stabilności. Odstrojenie w dół do $\kappa = 0,7$ również zbliża układ do granicy stabilności, a odpowiedź skokowa jest mocno oscylacyjna. Zwiększanie wartości r zmniejsza podatność układu na odstrojenie. To samo odstrojenie $\pm 30\%$ powoduje wyraźnie mniejsze zaburzenia odpowiedzi dla $r = 0,16$ oraz już niewielkie dla $r = 0,4$.

W przypadku idealnego nastrojenia, tj. dla $\kappa = 1$, wszystkie odpowiedzi skokowe mają założone właściwości. Ustalają się bez przeregulowania z oczekiwanym projektowym czasem regulacji.

Graniczna wartość $r = 0$ odpowiada regulacji typu dead-beat. Transmitancja układu z uwzględnieniem filtra (12) upraszcza się dla nastaw dead-beat do postaci

$$G_{DB}(z) = \frac{1}{2} \frac{z+1}{z^2},$$

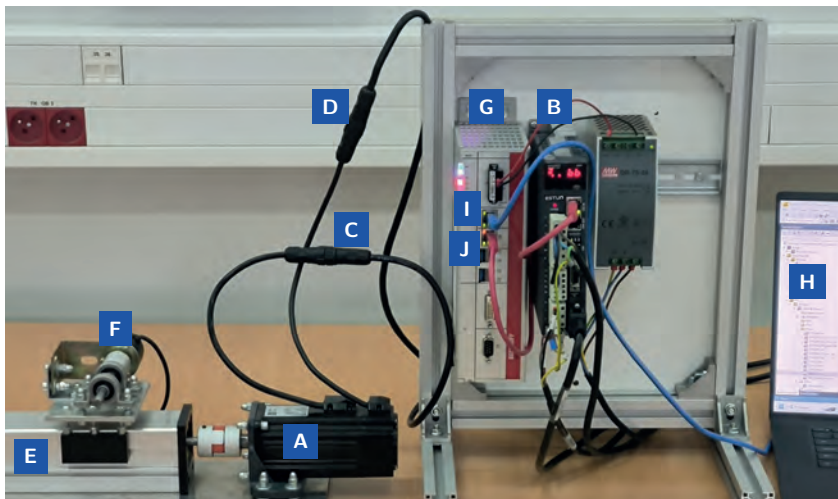
zatem wyjście osiąga połowę amplitudy wielkości zadanej w czasie Δ i ustala się dokładnie na tej wartości po czasie 2Δ . Takie działanie układu potwierdza wykres z Rys. 2.

6. Weryfikacja eksperymentalna

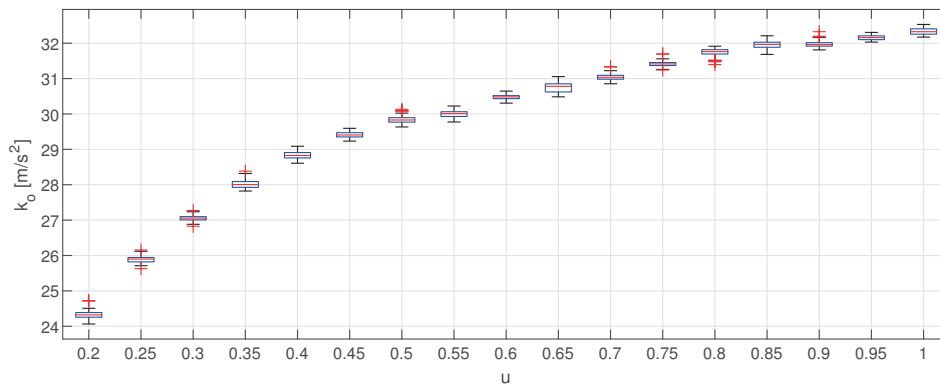
Zaproponowaną metodę strojenia regulatora dyskretnego przetestowano na rzeczywistym układzie serwomechanizmu. Eksperymenty zrealizowano na stanowisku z serwonapędem przemysłowym firmy Estun i modułem ruchu liniowego. Na Rys. 3 przedstawiono jego konstrukcję i wskazano główne elementy:

- silnik AC trójfazowy, model EMJ-04AFD22, parametry znamionowe: moc 400 W, moment obrotowy 1,27 Nm, prędkość 3000 RPM, zintegrowany enkoder inkrementalny 20-bitowy,
- serwokontroler kompatybilny z silnikiem, model PRONET-04AEG-EC, zarządzany przez protokół EtherCAT,
- połączenie uzwojeń silnika z falownikiem wbudowanym w serwokontroler,
- połączenie enkodera z serwokontrolerem,
- moduł ruchu liniowego ze śrubą kulową,
- wózek napędzany przez serwomechanizm,
- komputer przemysłowy Beckhoff C6920 wykonujący program PLC z badanym algorytmem regulacji położenia,
- komputer programujący ze środowiskiem inżynierskim TwinCAT 3,
- połączenie Ethernet między komputerem przemysłowym i komputerem programującym,
- połączenie EtherCAT między komputerem przemysłowym i serwokontrolerem.

Serwonapęd pracował w trybie kontroli momentu obrotowego, dzięki czemu miał dynamikę obiektu podwójnie całkowitego. Wartość sygnału sterowania była mierzona jako bezwymiarowy stosunek zadanego momentu obrotowego do momentu nominalnego $u = M/M_N$. Jako sygnał wyjścia obiektu y przyjęto położenie wózka (F) wyrażone w metrach. Cykl pracy programu PLC i komunikacji z serwonapędem przez połączenie EtherCAT wynosił $\delta = 1$ ms, co pozwoliło na rejestrację zmian położenia z dużą rozdzielczością cza-



Rys. 3. Stanowisko eksperymentalne
Fig. 3. Experimental system



Rys. 4. Wyniki identyfikacji obiektu dla różnych amplitud sterowania
Fig. 4. Results of object identification for various control amplitudes

sową. Algorytm regulacji był jednak wywoływany z dłuższym konfigurowalnym czasem cyklu $\Delta = n\delta$.

W związku ze spodziewaną wrażliwością układu na zmiany i niedokładność oszacowania wzmocnienia tego parametru, przeprowadzono szczegółową identyfikację tego parametru. Dla każdej wartości sterowania równej kolejno 20 %, 25 %, ..., 100 % sterowania nominalnego zarejestrowano 100-krotnie odpowiedź skokową i wyznaczono k_0 najlepiej dopasowujące model k_0/s^2 do danych eksperymentalnych przez minimalizację błędu średniokwadratowego. Zestawienie wyników przedstawiono w formie wykresu pudełkowego (Rys. 4). Rozrzut przypadkowy wyników przy jednakowym sterowaniu nie jest duży, wyraźnie przeważa systematyczna tendencja wzrostu wartości k_0 wraz z amplitudą skoku sterowania. Jest to efekt tarcia, którego relatywny wpływ na pracę układu maleje ze wzrostem amplitudy sterowania. Obiektu nie można zatem uznać za w pełni liniowy i należy się liczyć z odstępstwami w działaniu serwomechanizmu w stosunku do wyników symulacyjnych. Do wyznaczenia nastaw przyjęto $k_0 = 30 \text{ m/s}^2$, ponieważ jest to wartość uzyskana dla 50 % nominalnego sterowania, a zatem oczekiwana w przypadku uproszczonej identyfikacji opartej na pojedynczym eksperymencie.

W programie PLC zaimplementowano regulator i filtr wielkości zadanej w formie równań rekurencyjnych wynikających z transmitancji (9) i (12). Po przekształceniu transmitancji członu różniczkującego

$$\frac{N}{1 + N \frac{\Delta}{z-1}} = \frac{N(1 - z^{-1})}{1 + (N\Delta - 1)z^{-1}},$$

użykuje się dyskretny algorytm regulatora w postaci

$$e_i^I := e_{i-1}^I + \Delta e_{i-1},$$

$$e_i^D := (1 - N\Delta)e_{i-1}^D + N(e_i - e_{i-1}),$$

$$u_i := k_p e_i + k_i e_i^I + k_d e_i^D,$$

w którym zmienne e_p , e_i^I , e_i^D , u_i reprezentują odpowiednio uchyb regulacji, całą uchybu, pochodną uchybu i sygnał wyjściowy regulatora w i -tym cyklu sterowania.

Przeprowadzono testy dla $r = 0; 0,16; 0,4$, analogicznie jak w przypadku symulacji z poprzedniego rozdziału. Dla $r = 0$ układ nie działał prawidłowo, po wymuszeniu skokowym występowały niegasnące oscylacje. Napotkane trudności są spójne z ustaloną symulacyjnie dużą wrażliwością układu na parametry obiektu i zaobserwowaną w wyniku identyfikacji nieliniowością. Dla wyższych wartości $r = 0,16; 0,4$ serwomechanizm pracował poprawnie. Wybrano (i) $\Delta = 60 \text{ ms}$ dla $r = 0,16$ ($t_r/\Delta = 5$)

oraz (ii) $\Delta = 30 \text{ ms}$ dla $r = 0,4$ ($t_r/\Delta = 10$), co daje jednakową wartość $t_r^{(i)} = t_r^{(ii)} = 0,3 \text{ s}$ w obu przypadkach, a w konsekwencji zbliżone wartości sygnału sterowania przy tej samej trajektorii zadanej.

Dla porównania przetestowano również pracę serwomechanizmu z dyskretnym regulatorem PID nastrojonym innymi metodami: (iii) z poczwórnym biegunem $r_* = 2^{3/4} - 1$ układu zamkniętego [14], (iv) z podwójnym zerem regulatora [8]. W tych przypadkach zastosowano czas cyklu $\Delta = 30 \text{ ms}$, który skutkuje szacowanymi czasami regulacji odpowiednio $t_r^{(iii)} = 25\Delta = 0,75 \text{ s}$ oraz $t_r^{(iv)} = 45\Delta = 1,35 \text{ s}$.

Uzyskane nastawy regulatora dla czterech testowanych przypadków zostały zestawione w Tab. 1. W przypadku testów (i) oraz (ii) nastawy dotyczą regulatora o transmitancji (9), metody z testów (iii) oraz (iv) wykorzystują regulator o transmitancji

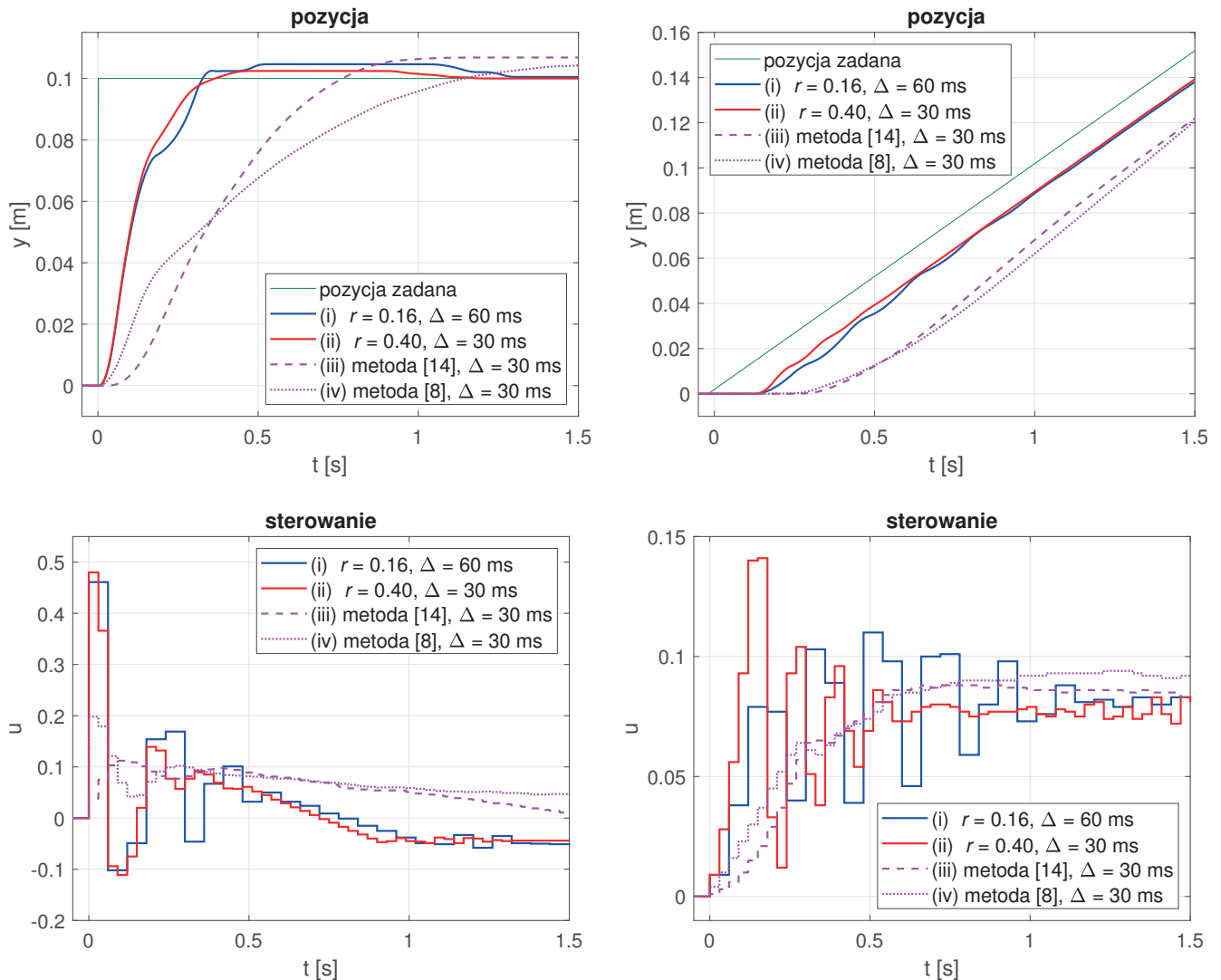
$$G_{\text{PID_FF}}(z) = k_p + k_i \frac{\Delta z}{z-1} + k_d \frac{z-1}{\Delta z}.$$

Tab. 1. Testowane nastawy regulatora PID

Tab. 1. Tested settings of PID controller

Test	k_p	k_i	k_d	N
(i)	9,61	43,3	0,669	29,6
(ii)	17,4	105	0,944	50,7
(iii)	3,82	12,7	0,480	–
(iv)	2,58	3,74	0,445	–

Przebiegi regulacyjne dla skokowej i liniowej trajektorii zadanej zostały przedstawione na Rys. 5. We wszystkich testowanych przypadkach rzeczywiste czasy regulacji wykazują dobrą zgodność z wartościami projektowymi. Uchyb w śledzeniu liniowym jest wynikiem zastosowania filtra wielkości zadanej. Praca serwomechanizmu z nastawami opartymi na nowo proponowanej metodzie jest podobna dla obu wartości r w przypadkach (i) oraz (ii), przy czym jakość regulacji jest lepsza dla $r = 0,4$ i $\Delta = 30 \text{ ms}$, czego należało oczekiwać na podstawie wyników z poprzedniego rozdziału. W przypadku $r = 0,16$ i $\Delta = 60 \text{ ms}$ w sygnale sterowania pojawiają się większe oscylacje i w konsekwencji ruch serwomechanizmu jest mniej płynny. Niezależnie od wartości r , odpowiedzi skokowe wykazują małe kilkuprocentowe przeregulowanie. Zestawienie wyników z wariantów (ii)–(iv) pokazuje, że dla takiego samego czasu cyklu $\Delta = 30 \text{ ms}$ różne metody strojenia skutkują znacznie różniącymi się czasami regulacji, przy czym układ nastrojony nowo proponowaną metodą działa zdecydowanie najszybciej uzyskując $t_r^{(iii)}/t_r^{(ii)} \cong 2,5$ i $t_r^{(iv)}/t_r^{(ii)} \cong 4$. Wyniki potwierdzają spełnienie celu, jakim było



Rys. 5. Sterowanie obiektem: (a) odpowiedź skokowa, (b) śledzenie liniowe
 Fig. 5. Object control: (a) step response, (b) linear tracking

opracowanie sposobu doboru nastaw minimalizujących czas regulacji dla ustalonego czasu cyklu sterowania lepiej, niż pozwalają na to wcześniej zaprojektowane metody.

7. Podsumowanie

W pracy przedstawiono metodę doboru nastaw dyskretnego regulatora PID dla serwomechanizmu prądowego pozwalającą zlokalizować poczwórny biegun układu zamkniętego w położeniu $r \in [0, r_*)$, gdzie $r_* = 2^{3/4} - 1 \cong 0,6818$. Daje to możliwość uzyskania dowolnie szybkiej regulacji w sensie minimalizacji ilorazu t_r/Δ , aż do regulacji typu dead-beat odtwarzającej dokładnie zmienioną skokowo wielkość zadaną w dwóch cyklach regulacji. Zaproponowana metoda strojenia stanowi dopełnienie wcześniejszych prac, które omawiają nastawy pozwalające uzyskać lokalizację bieguna dominującego $r \geq r_*$ i czas regulacji $t_r \geq 25\Delta$.

Ważnym atutem zaproponowanej procedury doboru nastaw jest to, że opiera się ona na relatywnie prostych wzorach analitycznych wymagających tylko trzech parametrów liczbowych: wzmocnienia obiektu k_o , czasu cyklu regulatora Δ i lokalizacji bieguna wielokrotnego r . Czas Δ będzie zwykle wynikać z warunków technicznych sterownika, zatem jedyną decyzją projektową pozostaje dobór wartości r , wyznaczającej kompromis między szybkością regulacji, a jej odpornością na zakłócenia i niedoskonałość dynamiki obiektu.

Wymogiem zastosowania opracowanej metody strojenia jest użycie algorytmu PID o odpowiedniej konfiguracji, w której występuje człon różniczkujący z filtracją oparty na całkowaniu numerycznym metodą inną, niż algorytm prostokątów wstecz. Może to się wydawać ograniczeniem, np. gdy do dyspozycji jest regulator sprzętowy o zamkniętej architekturze. Trzeba jednak zauważyć, że w każdym przypadku strojenia PID w dziedzinie dyskretnych realizacja członów dynamicznych regulatora musi być dokładnie znana, ponieważ od niej zależy transmitancja. Jeśli jest znana, to zwykle istnieje też możliwość jej konfiguracji, jak np. w bloku PID w Simulink. Dodatkowo, praktycznie wszystkie współczesne sterowniki umożliwiają bezpośrednie kodowanie algorytmu, co pozwala zaimplementować wprost wymagany prosty kod regulatora PID, gdyby odpowiedni gotowy blok nie był dostępny.

W eksperymencie praktycznym regulator nastrojony dla $r = 0$ (dead-beat) okazał się zbyt wrażliwy na niezgodność obiektu z modelem idealnym, aby uzyskać jego zadowalające działanie. Mała wartość t_r/Δ oznacza niską jakość sprzężenia zwrotnego, które traci możliwość odpowiedniego korygowania niedoskonałości dynamiki obiektu. Dla innych obiektów o transmitancji podwójnie całkującej granica użyteczności przedstawionych nastaw może być odmienna. Uzyskano jednak zadowalające działanie serwomechanizmu dla $t_r = 5\Delta$ i bardzo dobre dla $t_r = 10\Delta$, co byłoby niemożliwe z wykorzystaniem wcześniej proponowanych metod strojenia.

Bibliografia

1. Rao V.G., Bernstein D.S., *Naive control of the double integrator*, „IEEE Control Systems Magazine”, Vol. 21, No. 5, 2001, 86–97, DOI: 10.1109/37.954521.
2. Żabiński T., *Strojenie regulatorów PID dla serwomechanizmów*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Vol. 12, No. 4, 2008, 56–63.
3. Kim S., *Moment of inertia and friction torque coefficient identification in a servo drive system*, „IEEE Transactions on Industrial Electronics”, Vol. 66, No. 1, 2019, 60–70, DOI: 10.1109/TIE.2018.2826456.
4. Bożek A., *Discovering stick-slip-resistant servo control algorithm using genetic programming*, „Sensors”, Vol. 22, No. 1, 2022, DOI: 10.3390/s22010383.
5. Mikhalevich S.S., Baydali S.A., Manenti F., *Development of a tunable method for PID controllers to achieve the desired phase margin*, „Journal of Process Control”, Vol. 25, 2015, 28–34, DOI: 10.1016/j.jprocont.2014.10.009.
6. Aström K.J., Wittenmark B., *Computer Controlled Systems: Theory and Design*. Courier Corporation, 3rd ed., 2011.
7. Bożek A., Trybus L., *Krok dyskretyzacji i nastawy PID w dyskretnym serwomechanizmie napięciowym*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Vol. 26, No. 1, 2022, 5–10, DOI: 10.14313/PAR_243/5.
8. Żabiński T., Trybus L., *Tuning P-PI and PI-PI controllers for electrical servos*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences”, Vol. 58, No. 1, 2010, 51–58, DOI: 10.2478/v10175-010-0005-7.
9. Du H., Hu X., Ma C., *Dominant pole placement with modified PID controllers*, „International Journal of Control, Automation and Systems”, Vol. 17, No. 11, 2019, 2833–2838, DOI: 10.1007/s12555-018-0642-4.
10. Wang Q.-G., Zhang Z., Aström K.J., Chek L.S., *Guaranteed dominant pole placement with PID controllers*, „Journal of Process Control”, Vol. 19, No. 2, 2009, 349–352, DOI: 10.1016/j.jprocont.2008.04.012.
11. Dincel E., Söylemez M.T., *Guaranteed Dominant Pole Placement with Discrete-PID Controllers: A Modified Nyquist Plot Approach*, „IFAC Proceedings Volumes”, Vol. 47, No. 3, 2014, 3122–3127, DOI: 10.3182/20140824-6-ZA-1003.02442.
12. Šekara T.B., Rapačić M.R., *A revision of root locus method with applications*, „Journal of Process Control”, Vol. 34, 2015, 26–34, DOI: 10.1016/j.jprocont.2015.07.007.
13. Dhale S., Nahid-Mobarakeh B., Emadi A., *A review of fixed switching frequency current control techniques for switched reluctance machines*, „IEEE Access”, Vol. 9, 2021, 39375–39391, DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3064660.
14. Bożek A., Trybus L., *Tuning PID and PI-PI servo controllers by multiple pole placement*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences”, Vol. 70, No. 1, 2022, 1–12, DOI: 10.24425/bpasts.2021.139957.

Fast Discrete-Time PID Controller for Current Servo

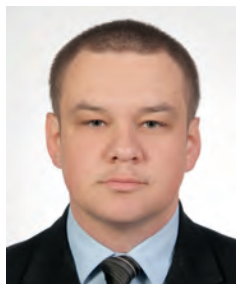
Abstract: A tuning method for a discrete-time PID controller in a current servo system was developed. The object is modelled by a double integrator. The method allows to obtain arbitrarily fast dynamics of the system, up to dead-beat control. Its use requires a four-parameter variant of the controller with a filtered derivative block. Analytical formulas were derived allowing the calculation of the controller settings based on simple basic design parameters: object gain, controller cycle time and settling time. The tuning method was verified by simulation and the relationship between the response dynamics and the sensitivity to deviation of the object gain from its design value was analyzed. In an experiment with a real object, the correct operation of the control system was confirmed for the settling time 5 and 10 times longer than the controller cycle time. The settings proposed in previous work allowed to obtain a settling time at least 25 times longer than the cycle time.

Keywords: current servo, double integrator, discrete-time control, PID controller, dead-beat control, pole placement, multiple pole

dr inż. Andrzej Bożek

abozek@prz.edu.pl

ORCID: 0000-0003-3015-7474



Absolwent Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej (2008). Stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie informatyka uzyskał w 2015 r. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Informatyki i Automatyki Politechniki Rzeszowskiej. Jego zainteresowania naukowe dotyczą optymalizacji dyskretniej, harmonogramowania zadań oraz projektowania układów sterowania.