

# Analiza pełzania w przetwornikach momentu siły dla turbin wiatrowych

Jacek Grzegorz Puchalski, Janusz Daniel Fidelus, Paweł Fotowicz

Główny Urząd Miar, ul. Elektoralna 2, 00-137 Warszawa

**Streszczenie:** Kluczową kwestią przy analizie efektywności turbin wiatrowych jest zjawisko pełzania momentu siły zarówno pod obciążeniem, jak i bez obciążenia. Zjawisko to ma istotny wpływ na poprawne działanie przetworników momentu siły, dlatego wymaga zastosowania odpowiednich algorytmów do analizy danych pomiarowych. Metoda najmniejszych kwadratów jest odpowiednia do takiej analizy. Zastosowano regresję liniową do zbadania samego trendu pełzania, a nieliniowa krzywa wielomianowa trzeciego stopnia pozwoliła na jego wizualizację.

**Słowa kluczowe:** analiza danych, badanie pełzania, przetwornik momentu siły, metoda najmniejszych kwadratów, regresja, niepewność pomiaru

## 1. Wprowadzenie

Wydajność i efektywność działania turbin wiatrowych jest przedmiotem zainteresowania ich producentów. Sektor energii odnawialnej nieustannie się rozwija i stanowi już znaczący udział w produkcji energii elektrycznej. Dlatego zagadnienia związane z zachowaniem przetworników momentu siły turbin nabierają istotnego znaczenia. Jednym z takich zagadnień jest zjawisko pełzania występujące w tych przetwornikach [1]. Zjawisko to ma istotny wpływ na zachowanie się turbin w trakcie ich eksploatacji.

W przypadku przetworników momentu siły pełzanie może wpływać na ich dokładność. W związku z tym należy przeprowadzać kalibrację tych przetworników [2]. Badania wykazały, że największe wskazania przetworników siły w pierwszych sekundach pomiaru wynikają najprawdopodobniej z właściwości mechanicznych materiałów, z których są zbudowane [3, 4].

Ze względu na sprężystość elementów przetwornika w sygnale wyjściowym występują niewielkie zmiany przy stałej sile spowodowane pełzaniem. Efekt ten jest istotny nie tylko przy pomiarach długoterminowych, gdzie bardzo ważna jest niska wartość pełzania, ale także przy pomiarach krótkoterminowych. Na błąd spowodowany pełzaniem może mieć wpływ m.in. konstrukcja przetwornika i elementy, z jakich jest zbudowany, zastosowany przewód elektryczny przetwornika, miernik pomiarowy, os pomiarowa oraz konstrukcja samego stanowiska badawczego.

## 2. Przyczyny pełzania

Podstawowy wpływ na zjawiska pełzania przetworników momentu siły ma temperatura, obciążenie i czynniki środowiskowe [5–7].

Zmiany temperatury znacząco wpływają na dokładność przetworników momentu siły. Wysokie temperatury mogą prowadzić do rozszerzalności cieplnej, powodując deformację materiałów i wprowadzając błędy pomiarowe. Natomiast niskie temperatury mogą wpływać na lepkość smarów stosowanych w przetwornikach, powodując zmiany sił tarcia, a w konsekwencji oddziałując na ich zachowanie podczas pełzania.

Wielkość i czas trwania przyłożonego obciążenia bezpośrednio wpływają na charakterystykę pełzania przetworników momentu siły. Wysokie obciążenia mogą powodować odkształcenia elementów czujnikowych przetwornika i zmieniać ich właściwości sprężyste, co prowadzi do zwiększonego prawdopodobieństwa pełzania. Natomiast długi czas trwania stałego obciążenia może wywołać odkształcenie plastyczne przetwornika, powodując trwałe zmiany w jego działaniu.

Warunki środowiskowe, takie jak wilgotność i narażenie na kurz, mogą również wpływać na zachowanie przetworników momentu siły. Absorpcja wilgoci wpływa na właściwości mechaniczne materiałów przetwornika, prowadząc do zmian szybkości samego pełzania. Dodatkowo na powierzchni przetwornika może gromadzić się kurz lub zanieczyszczenia, co też ma wpływ na analizowane zjawisko.

Zrozumienie kluczowych czynników wpływających na pełzanie przetwornika momentu siły jest niezbędne dla zapewnienia dokładnych i niezawodnych pomiarów.

## 3. Badanie pełzania

Badania pełzania wykonywano w temperaturze otoczenia dla przetwornika momentu siły o wartości nominalnej  $2 \text{ kN} \cdot \text{m}$  w kierunku zgodnym i przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, zgodnie z normą ISO 376:2011. Przetwornik HBK  $2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,

### Autor korespondujący:

Janusz D. Fidelus, janusz.fidelus@gum.gov.pl

### Artykuł recenzowany

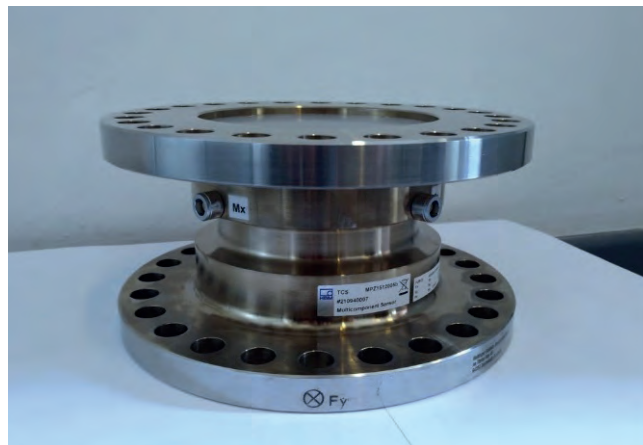
nadesłany 25.03.2024 r., przyjęty do druku 26.06.2024 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

na którym przeprowadzono badania, przedstawiono na rys. 1. Cechą szczególną tego przetwornika jest nie tylko jego mechaniczne podobieństwo do przetwornika 5 MN·m [8], ale również dodatkowe mostki do pomiaru siły osiowej  $F_z$  oraz momentów zginających  $M_x$  i  $M_y$ .

Badania pełzania przeprowadzono dla 8 punktów pomiarowych w zakresie od 200 N·m do 2 000 N·m. W każdym punkcie



Rys.1. Przetwornik HBK 2 kN·m przeznaczony do pomiaru momentu siły w obu kierunkach

Fig. 1. The HBK torque transducer 2 kN·m designed to measure clockwise and anti-clockwise torque

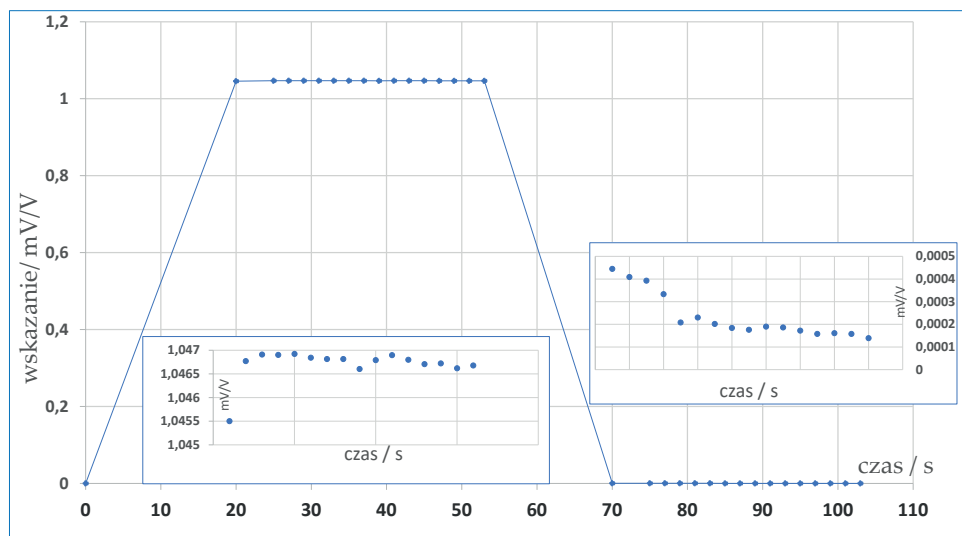
Tab. 1. Zmierzone wartości sygnału z przetwornika dla dwóch poziomów pomiarowych

Tab. 1. Measured signal values from the transmitter for two measurement levels

Wysoki moment siły		Niski moment siły	
Czas $t$ (s)	Sygnal $y$ (mV/V)	Czas $t$ (s)	Sygnal $y$ (mV/V)
20	1,045 500	70	0,000 445
25	1,046 769	75	0,000 409
27	1,046 910	77	0,000 393
29	1,046 901	79	0,000 333
31	1,046 923	81	0,000 208
33	1,046 842	83	0,000 230
35	1,046 813	85	0,000 202
37	1,046 813	87	0,000 184
39	1,046 604	89	0,000 176
41	1,046 791	91	0,000 190
43	1,046 897	93	0,000 186
45	1,046 798	95	0,000 172
47	1,046 705	97	0,000 158
49	1,046 722	99	0,000 161
51	1,046 618	101	0,000 158
53	1,046 679	103	0,000 139

sygnał mierzony obserwowano przez 33 sekundy od 20. sekundy po obciążeniu. Dodatkowo w każdym punkcie pomiarowym badano zachowanie sygnału bez obciążenia w tym samym przedziale czasu, począwszy od 70. sekundy. Wskazanie przetwornika momentu siły podawane jest w jednostkach elektrycznych (mV/V). 16 odczytów reprezentuje pełzanie w każdym punkcie pomiarowym (tab. 1 i rys. 2).

Przedmiotem badań jest odzwierciedlenie pełnej charakterystyki czasowej sygnału z przetwornika momentu siły na podstawie wszystkich dostępnych danych pomiarowych i znalezienie zależności sygnału w funkcji czasu. Analiza pełzania opiera się na metodzie najmniejszych kwadratów z wykorzystaniem regresji wielomianowej i liniowej, przy czym na ogół funkcja nieliniowa jest dopasowywana do poszczególnych punktów pomiarowych. W tym celu wykorzystano zarówno funkcję liniową o dwóch parametrach, które reprezentują kierunek pełzania w każdym punkcie pomiarowym, jak i funkcję wielomianową trzeciego stopnia o trzech i czterech parametrach. Funkcje wielomianowe trzeciego stopnia, dzięki występowaniu punktów siodłowych, uwzględniają nieliniowe efekty zależności sygnału od czasu. Dla punktów pomiarowych pod obciążeniem w większości przypad-



Rys. 2. Pomiar momentu siły w wybranych momentach czasu od poziomu 2 kN·m do zera: lewa strona z serią szesnastu punktów sygnału (górna część) dla momentu siły 2 kN·m oraz prawa strona z serią szesnastu punktów sygnału dla zerowego momentu siły (dolna część); kropki reprezentują dane pomiarowe

Fig. 2. The measurement of torque at selective points in time from a level of 2 kN·m to zero: the left side with the series of sixteen points of signal (upper part) for 2 kN·m of torque and the right side with the series of sixteen points of signal for zero torque (lower part); the dots represents the measurement data



Z kolei korelacje krzyżowe między pomiarami czasu i sygnału są reprezentowane w macierzy  $U_{tY}$ , z których najsilniejsze występują w badanym punkcie pomiarowym, między praktycznie jednocześnie mierzonymi współrzędnymi czasu i użytecznego sygnału z przetwornika.

Parametry tego rozwinięcia są wyznaczone z równania wektorowego dla metody najmniejszych kwadratów, uwzględniających zarówno współrzędne zmierzonych punktów pomiarowych, ale i niepewności sygnału oraz czasu, a także wszystkie możliwe korelacje między nimi związane z warunkami środowiskowymi i właściwościami stanowiska pomiarowego.

Ogólny warunek optymalizacyjny sprowadza się do maksymalizacji funkcji największej wiarygodności, co oznacza minimalizację bezwymiarowej funkcji kryterialnej o najbardziej ogólnym równaniu dla metody WTLS:

$$\phi(\Delta t, \Delta Y) = [\Delta t \quad \Delta Y] \begin{bmatrix} U_t & U_{tY} \\ U_{tY}^T & U_Y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta Y \end{bmatrix} \rightarrow \min \quad (2)$$

gdzie  $U_t$ ,  $U_Y$ ,  $U_{tY}$  są macierzami kowariancji dla zmiennej czasu  $t$  i sygnału  $y$  mierzonych w  $n$  punktach, uwzględniających autokorelacje, oraz macierzy kowariancyjnej, uwzględniającej efekty korelacji między współrzędnymi czasu i sygnału. Natomiast  $\Delta t$ ,  $\Delta Y$  oznaczają wektory odchyłeń zawierające wartości odchyłeń dla czasu  $\Delta t_1, \dots, \Delta t_n$  i dla sygnału  $\Delta y_1 = f(t_1 + \Delta t_1, c) - f(t_1, c), \dots, \Delta y_n = f(t_n + \Delta t_n, c) - f(t_n, c)$  w kolejnych punktach pomiarowych  $t_1, \dots, t_n$ . W szczególnym przypadku braku korelacji otrzymuje się zależność minimum funkcji kryterialnej (2):

$$\phi(\Delta t, \Delta Y) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i^2}{u^2(t_i)} + \frac{\Delta y_i^2}{u^2(y_i)} \rightarrow \min \quad (3)$$

gdzie  $u^2(t_i)$ ,  $u^2(y_i)$  są wariancjami (kwadratami niepewności) dla odchyłeń czasu  $\Delta t_i$  i sygnału  $\Delta y_i$ . Najczęściej stosowaną metodą najmniejszych kwadratów jest metoda OLS (ang. *Ordinary Least Square*), szczególnie przypadek metody TLS (ang. *Total Least Square*), bez uwzględnienia niepewności zmiennej odciętej w tym przypadku czasu  $u(t) = 0$ , przy założeniu, że wszystkie niepewności sygnału są jednakowe  $u^2(y_i) = \text{const}$ .

W szczególnym przypadku, tj. gdy  $u^2(t_i) \rightarrow 0$ , a wartości  $t_i$  są dokładne, warunek (3) redukuje się do postaci:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta y_i^2}{u^2(y_i)} \rightarrow \min \quad (4)$$

O ile warunek (4) prowadzi do rozwiązań analitycznych dla dowolnej funkcji nieliniowej za pomocą metody wyznaczników, o tyle znalezienie warunku minimalizacji ujętego w równaniu (3), czy najbardziej ogólnym równaniu (2), wymaga zastosowania metod numerycznych [17, 18].

Istnieje jednak metoda przybliżona, która zostanie zaprezentowana w poniższej pracy, bazująca na algorytmie rozwiązania numerycznego dopasowania do linii prostej. Algorytm ten umożliwia dopasowanie funkcji nieliniowej zadanej w postaci dwóch wielomianów 3-stopnia w postaci opisanej zależnością  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$ ,  $y = b_3 t^3 + b_1 t + b_0$ , oraz funkcją liniową  $y = at + b$  stanowiącą dla powyższych zależności linię trendu. Parametry  $a_k$  ( $k=0, \dots, 3$ ),  $b_l$  ( $l=0, 1, 3$ ) oraz  $a$  i  $b$  będą wyznaczone zaproponowaną metodą z wykorzystaniem odpowiedniego algorytmu numerycznego.

## 5. Rozwiązanie analityczne

Stosując metodę najmniejszych kwadratów równanie optymalizacyjne dla minimalizacji kwadratów odległości w kierunku OY dla zestawu  $n$  punktów pomiarowych o współrzędnych  $(t_i, y_i)$  (2a)

proceedzi, w wyniku zerowania pierwszych pochodnych cząstkowych po parametrach  $a$ ,  $b$  dla prostej i parametrach  $a_k$ ,  $b_l$  dla krzywych trzeciego stopnia, do rozwiązań analitycznych:

– dla prostej  $y = at + b$ :

$$a = \frac{SS_{ty} - S_t S_y}{SS_{tt} - (S_t)^2} \quad (5a)$$

$$b = \frac{S_y S_{tt} - S_t S_{ty}}{SS_{tt} - (S_t)^2} \quad (5b)$$

gdzie:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{u^2(y_i)}, \quad (6a)$$

$$S_t = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{u^2(y_i)}, \quad (6b)$$

$$S_{tt} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^2}{u^2(y_i)}, \quad (6c)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{u^2(y_i)}, \quad (6d)$$

$$S_{ty} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i y_i}{u^2(y_i)}, \quad (6e)$$

– dla krzywej trzeciego stopnia, opisanej przez  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$ , przez zerowe pochodne dla parametrów  $a_k$ , gdzie  $k = 0, 1, 2, 3$ :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_3 t_i^3 - a_2 t_i^2 - a_1 t_i - a_0) \frac{t_i^k}{u^2(y_i)} = 0 \quad (7)$$

otrzymuje się układ czterech równań liniowych rozwiązywalny metodą wyznaczników:

$$\begin{bmatrix} S_t^6 & S_t^5 & S_t^4 & S_t^3 \\ S_t^5 & S_t^4 & S_t^3 & S_t^2 \\ S_t^4 & S_t^3 & S_t^2 & S_t^1 \\ S_t^3 & S_t^2 & S_t^1 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ty}^3 \\ S_{ty}^2 \\ S_{ty}^1 \\ S_{ty}^0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

gdzie:  $S_t^k = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^k}{u^2(y_i)}$ ,  $S_{ty}^k = \sum_{i=1}^n \frac{y_i t_i^k}{u^2(y_i)}$  oraz  $k = 0, 1, 2, 3$ .

– dla krzywej trzeciego stopnia, opisanej przez  $y = b_3 t^3 + b_1 t + b_0$  przez zerowe pochodne dla parametrów  $b_l$ , gdzie  $l = 0, 1, 3$ :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - b_3 t_i^3 - b_1 t_i - b_0) \frac{t_i^l}{u^2(y_i)} = 0 \quad (9)$$

otrzymuje się układ trzech równań liniowych rozwiązywalny metodą wyznaczników:

$$\begin{bmatrix} R_t^6 & R_t^4 & R_t^3 \\ R_t^4 & R_t^2 & R_t^1 \\ R_t^3 & R_t^1 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_3 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ty}^3 \\ R_{ty}^1 \\ R_{ty}^0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

gdzie:  $R_t^l = \sum_{i=1}^n \frac{t_i^l}{u^2(y_i)}$ ,  $R_{ty}^l = \sum_{i=1}^n \frac{y_i t_i^l}{u^2(y_i)}$  oraz  $l = 0, 1, 3$ .

## 6. Rozwiązania przybliżone z uwzględnieniem macierzy kowariancji

Okazuje się, że w przypadku występowania na ogół różnych niepewności dla zmiennej czasu  $t_i$  i mierzonego sygnału  $y_i$  oraz korelacji opisywanych przez macierz kowariancji

$$U = \begin{bmatrix} U_t & U_{tY} \\ U_{tY}^T & U_Y \end{bmatrix}$$

zależność nieliniowa  $y = f(t)$  może być przedstawiona w postaci zależności liniowej  $y = \theta_1 \xi(t, \beta) + \theta_0$ , gdzie funkcja  $\xi(t, \beta)$  jest funkcją transformującą, a  $\theta_1, \theta_0$  oraz w ogólności wektor  $\beta$  są parametrami, które wynikają z dopasowania funkcji i minimalizacji funkcji kryterialnej, która w przybliżeniu transformuje się do postaci:

$$\begin{aligned} \phi(\Delta t, \Delta Y) &= [\Delta t \quad \Delta Y] L L^{-1} \begin{bmatrix} U_t & U_{tY} \\ U_{tY}^T & U_Y \end{bmatrix}^{-1} L^{-1} L \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta Y \end{bmatrix} \approx \\ &\approx [\Delta \xi \quad \Delta Y] \begin{bmatrix} U_\xi & U_{\xi Y} \\ U_{\xi Y}^T & U_Y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \phi_{\psi_\xi}(\Delta \xi, \Delta Y, \beta) \end{aligned} \quad (11)$$

i diagonalna macierz  $L$  jest określona przez pierwsze  $n$  elementów jako pochodne funkcji  $\xi'(t, \beta)$  w kolejnych punktach pomiarowych, a następnę  $n$  identycznych wartości diagonalnych jest równych wartości jeden. W równaniu (10) skorzystano z prawa propagacji błędów i niepewności z wykorzystaniem pierwszej pochodnej funkcji transformującej:

$$\Delta \xi \approx \xi'(t, \beta) \Delta t \quad (12a)$$

$$u(\xi) \approx |\xi'(t, \beta)| u(t) \quad (12b)$$

Z [19] wynika, że zależności  $\phi_{\psi_\xi}(\theta_1)$  i  $\phi_{\psi_\xi}(\theta_0)$  dla wybranego wektora parametrów  $\beta$  są quasi kwadratowe i opisane przez:

$$\phi_{\psi_\xi}(\theta_1) = \theta_1^2 \left( P_{tt} - \frac{P_t^2}{P} \right) + 2 \left( \frac{P_t P_y}{P} - P_{ty} \right) \theta_1 + P_{yy} - \frac{P_y^2}{S} \quad (13)$$

gdzie

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{1}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{1}, \quad P_{tt} = \mathbf{t}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{t}, \quad P_t = \mathbf{t}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{t}, \\ P_y &= \mathbf{Y}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{Y}, \quad P_{yy} = \mathbf{Y}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{Y}, \\ P_{ty} &= \mathbf{t}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T U_{Yeff}^{-1} \mathbf{t} \end{aligned}$$

i efektywna macierz odwrócona:

$$U_{Yeff}^{-1} = U_{22} - (U_{12}^T + \theta_1 U_{22}) V^{-1} (U_{12} + \theta_1 U_{22}) \quad (14)$$

gdzie  $V = U_{11} + \theta_1 (U_{12}^T + U_{12}) + \theta_1^2 U_{22}$ , a macierze  $U_{11}, U_{12}, U_{22}$

są częściami macierzy odwrotnej  $\begin{bmatrix} U_\xi & U_{\xi Y} \\ U_{\xi Y}^T & U_Y \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{12}^T & U_{22} \end{bmatrix}$

i są funkcjami wyłącznie jednego parametru  $\theta_1$  lub  $\theta_0$  (funkcje te mają quasi wierzchołki). Wyznaczając dla serii punktów w przyjętym badanym przedziale  $\theta_{1L} < \theta_{1H}$  dla wybranych wartości parametrów wektora  $\beta$  wartości minimum lokalnego, a następnie poszukując wartości wektora  $\beta$  (najłatwiej jednowymiarowego) można dokonać minimalizacji funkcji kryterialnej otrzymując globalne minimum w punkcie  $\theta_{1min}$  i  $\beta_{min}$ .

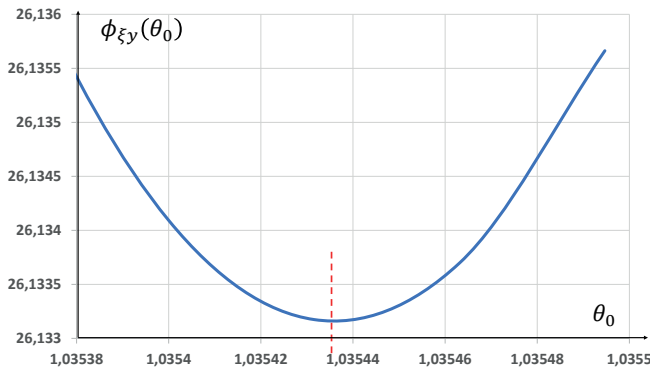
## 7. Algorytm metody WTLS

Algorytm metody składa się z czterech kroków postępowania, przedstawionych poniżej.

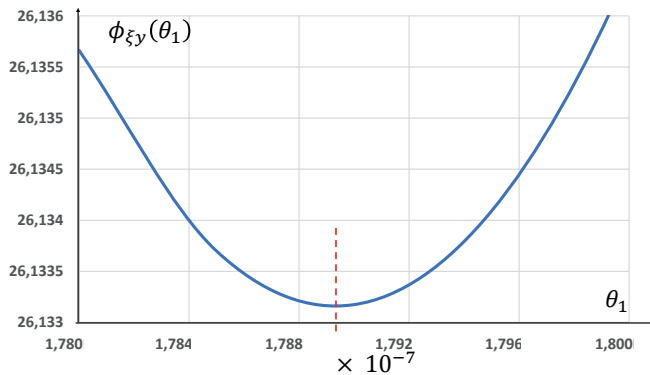
1. Dla danej funkcji dopasowującej, np.  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$ , tworzymy funkcję  $\xi(t, \beta)$  – w tym przypadku  $\xi(t, [\beta_1, \beta_2]) = t^3 + \beta_1 t^2 + \beta_2 t$ , gdzie  $\beta_1 = a_2/a_3$  i  $\beta_2 = a_1/a_3$ , zadając początkowe wartości  $\beta_1$  i  $\beta_2$ , które przyjmujemy z ustalonymi krokami  $h_{\beta_1}$  i  $h_{\beta_2}$ , z przedziałów  $\beta_{1L} \leq \beta_1 \leq \beta_{1H}$  i  $\beta_{2L} \leq \beta_2 \leq \beta_{2H}$ .
2. Na bazie zadanej macierzy kowariancji  $U$  wyznaczamy macierz  $L U L$ , gdzie  $n$  pierwszych diagonalnych elementów macierzy  $L$  jest określonych przez  $\xi'(t, \beta) = 3t^2 + 2\beta_1 t + \beta_2$ .
3. Na zakończenie wyznaczamy w serii punktów  $\theta_{1i}$ , określających wartości parametru  $\theta_1$  z krokiem  $h_{\theta_1}$ , z wybranego przedziału  $\theta_{1L} \leq \theta_{1i} \leq \theta_{1H}$  ( $i = 1, \dots, M = \lceil (\theta_{1H} - \theta_{1L}) / h_{\theta_1} \rceil$ ), charakterystykę  $\phi_{\psi_\xi}(\theta_{1i})$  i wynikającą z niej charakterystykę  $\phi_{\psi_\xi}(\theta_0)$ , przy czym punkty  $\theta_{1i}$  powinny być tak dobrane, aby uwidaczniały quasi minimum (quasi wierzchołek).
4. Powtarzamy kolejno powyższe kroki (dopasowując najpierw parametr  $\beta_1$ , a następnie  $\beta_2$  lub odwrotnie), aż do otrzymania globalnego minimum funkcji kryterialnej  $\phi_{\psi_\xi min}$  dla dopasowanych parametrów  $a_3 = \theta_{1min}$ ,  $a_2 = \theta_{1min} \beta_{1min}$ ,  $a_1 = \theta_{1min} \beta_{2min}$  i  $a_0 = \theta_{0min}$ .

W przypadku funkcji dopasowującej  $y = b_3 t^3 + b_1 t + b_0$ , funkcja  $\xi(t, \beta)$  ma postać  $\xi(t, \beta_1) = t^3 + \beta_1 t$ . Wówczas wartości dopasowanych parametrów, ze względu na występowanie wyłącznie jednego parametru  $\beta_1$ , wynoszą odpowiednio:

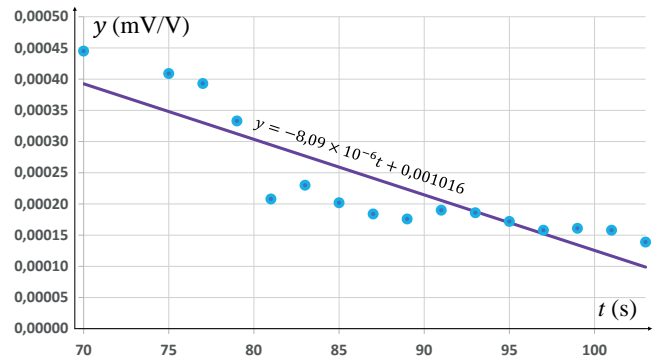
$$b_3 = \theta_{1min}, \quad a_1 = \theta_{1min} \beta_{1min}, \quad a_0 = \theta_{0min} \quad (15)$$



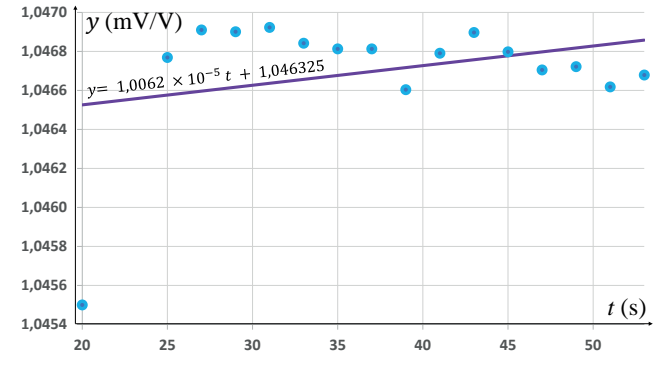
Rys. 4. Przykładowa charakterystyka quasi-paraboliczna  $\phi_{\psi\xi}(\theta_0)$   
Fig. 4. The quasi-parabolic characteristic  $\phi_{\psi\xi}(\theta_0)$



Rys. 5. Przykładowa charakterystyka quasi-paraboliczna  $\phi_{\psi\xi}(\theta_1)$   
Fig. 5. The quasi-parabolic characteristic  $\phi_{\psi\xi}(\theta_1)$



Rys. 6. Dopasowanie prostej do punktów pomiarowych dla niskiego poziomu sygnału  
Fig. 6. Fit of a straight line to the measurement points for the low signal level



Rys. 7. Dopasowanie prostej do punktów pomiarowych dla wysokiego poziomu sygnału  
Fig. 7. Fit of a straight line to the measurement points for the high signal level

## 8. Wyniki dopasowania linią prostą (linią trendu)

Dopasowanie zrealizowano z uwzględnieniem wyłącznie stałych wartości niepewności  $u(y_i) = 0,0001$  mV/V w równaniu (4) i otrzymano następujące zależności czasowe tego dopasowania metodą OLS:

- dla niskiego poziomu sygnału:  
 $y = -9,0021 \times 10^{-6}t + 0,001024497$  z wartością funkcji kryterialnej  $\phi_{yt} = 3,36$ ,
- dla wysokiego poziomu:  
 $y = 1,00627 \times 10^{-5}t + 1,0463246$  z wartością funkcji kryterialnej  $\phi_{yt} = 141,78$ .

Dla przybliżonego dopasowania z niepewnościami  $u(t_i) = 0,3$  s,  $u(y_i) = 0,0001$  mV/V:

- dla niskiego poziomu:  
 $y = -8,09 \times 10^{-6}t + 0,001016$  z wartością funkcji kryterialnej  $\phi_{yt} = 3,36$ ,
- dla wysokiego poziomu:  
 $y = 1,0062 \times 10^{-5}t + 1,046325$  z wartością funkcji kryterialnej  $\phi_{yt} = 141,66$ .

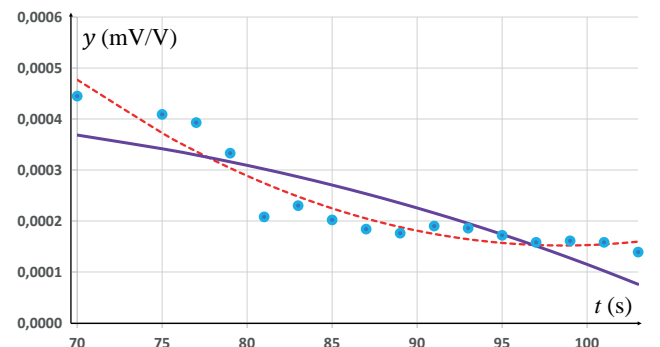
## 9. Wyniki dopasowania krzywymi trzeciego stopnia

Dopasowania funkcji trzeciego stopnia zrealizowano z uwzględnieniem stałych wartości niepewności  $u(y_i) = 0,0001$  mV/V w równaniu (4). Otrzymano zależności czasowe dopasowania metodami OLS i WTLS, które przedstawiono graficznie na

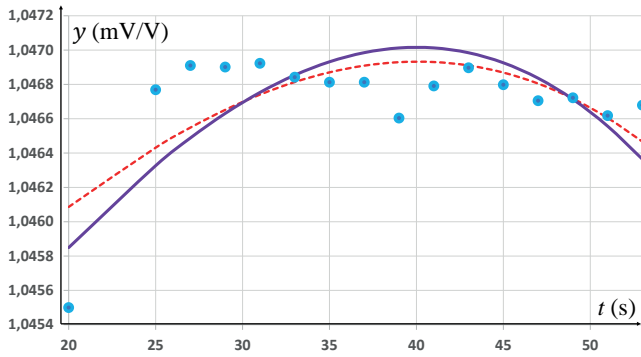
rys. 8-11 (linia ciągła obrazuje dopasowanie metodą WTLS, a linia kreskowa dopasowanie metodą OLS).

Dla przybliżonego dopasowania z niepewnościami  $u(t_i) = 0,3$  s,  $u(y_i) = 0,0001$  mV/V otrzymano następujące parametry dla  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$

- dla niskiego poziomu sygnału  
 $b_3 = -5,0204 \times 10^{-10}$ ,  $b_1 = 2,5353 \times 10^{-6}$ ,  $b_0 = 3,633 \times 10^{-4}$ .  
Funkcja kryterialna dla niskiego poziomu sygnału wynosi  $\phi_{\psi\xi} \approx 4,9$  (rys. 8).
- dla wysokiego poziomu:  
 $b_3 = -2,9100 \times 10^{-8}$ ,  $b_1 = 1,3983 \times 10^{-4}$ ,  $b_0 = 1,0433$ .  
Funkcja kryterialna dla wysokiego poziomu sygnału wynosi  $\phi_{\psi\xi} \approx 75,7$  (rys. 9).

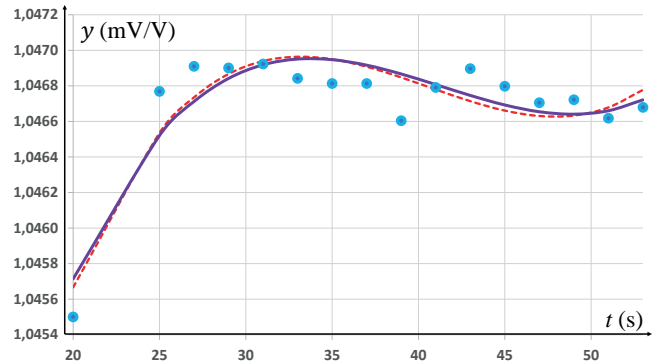


Rys. 8. Dopasowanie funkcją  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  dla niskiego poziomu sygnału  
Fig. 8. Fitted tertiary curve  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  for low signal level



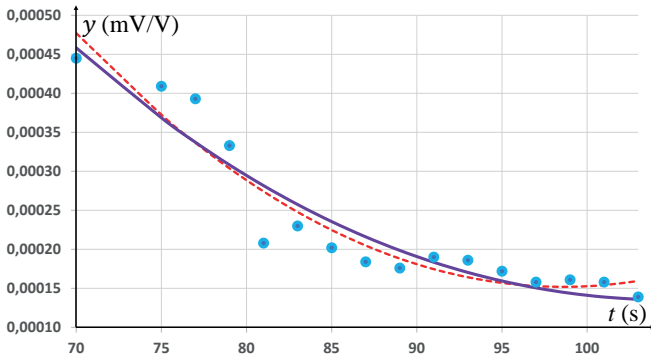
Rys. 9. Dopasowanie funkcją  $y = b_3 t^3 + b_1 t + b_0$  dla wysokiego poziomu sygnału

Fig. 9. Fitted tertiary curve  $y = b_3 t^3 + b_1 t + b_0$  for high signal level



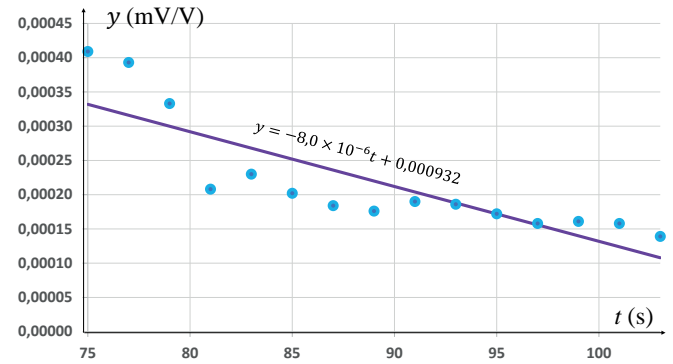
Rys. 11. Dopasowanie  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$  dla wysokiego poziomu sygnału

Fig. 11. Fitted tertiary curve  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$  for high signal level



Rys. 10. Dopasowanie  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$  dla niskiego poziomu sygnału

Fig. 10. Fitted tertiary curve  $y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$  for low signal level



Rys. 12. Dopasowanie prostej do punktów pomiarowych dla niskiego poziomu sygnału

Fig. 12. Fit of a straight line to the measurement points for the low signal level

Otrzymano następujące parametry dla funkcji

$$y = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

1. dla niskiego poziomu sygnału – dopasowana WTLS:

$$a_3 = -9,2204 \times 10^{-10}, a_2 = 5,2003 \times 10^{-7},$$

$$a_1 = -7,8788 \times 10^{-8}, a_0 = 3,7416 \times 10^{-3}.$$

Funkcja kryterialna dla niskiego poziomu sygnału wynosi  $\phi_{y,t} \approx 1,55$  (rys. 10).

2. dla wysokiego poziomu sygnału – WTLS:

$$a_3 = 1,7950 \times 10^{-7}, a_2 = -2,2258 \times 10^{-xx},$$

$$a_1 = 8,8906 \times 10^{-4}, a_0 = 1,0354.$$

Funkcja kryterialna dla wysokiego poziomu sygnału wynosi  $\phi_{y,t} \approx 26,13$  (rys. 11).

Dodatkowo, opisane dopasowania funkcji zostały przeprowadzone na podstawie analizy 15 punktów pomiarowych, z wyłączeniem pierwszego, który charakteryzował się istotnie odmienną wartością w porównaniu do pozostałych punktów. Został on zaklasyfikowany jako punkt odstający.

## 10. Wyniki dopasowania linią prostą (linią trendu) dla 15 punktów

Dopasowanie zrealizowano z uwzględnieniem wyłącznie stałych wartości niepewności  $u(y_i) = 0,0001$  mV/V w równaniu (4) i otrzymano następujące zależności czasowe tego dopasowania metodą OLS:

1. dla niskiego poziomu sygnału:

$$y = -8,00 \times 10^{-6} t + 0,000932 \text{ z wartością funkcji kryterialnej } \phi_{y,t} = 3,00,$$

2. dla wysokiego poziomu:

$$y = -8,00 \times 10^{-6} t + 1,0471 \text{ z wartością funkcji kryterialnej } \phi_{y,t} = 8,71.$$

Dla przybliżonego dopasowania z niepewnościami

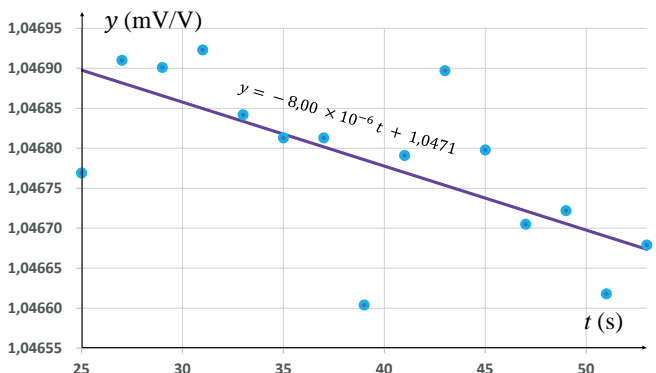
$$u(t_i) = 0,3 \text{ s}, u(y) = 0,0001 \text{ mV/V:}$$

1. dla niskiego poziomu:

$$y = -8,00 \times 10^{-6} t + 0,000932 \text{ z wartością funkcji kryterialnej } \phi_{y,t} = 3,00 \text{ (rys. 12)}$$

2. dla wysokiego poziomu:

$$y = -8,00 \times 10^{-6} t + 1,0471 \text{ z wartością funkcji kryterialnej } \phi_{y,t} = 8,72 \text{ (rys. 13)}$$



Rys. 13. Dopasowanie prostej do punktów pomiarowych dla wysokiego poziomu sygnału

Fig. 13. Fit of a straight line to the measurement points for the high signal level

Zarówno metoda OLS (niewidoczne na rysunkach 12 i 13 czerwone linie przerywane), jak i metoda WTLS (linie proste na rysunkach 12 i 13) dają te same wyniki.

### 11. Wyniki dopasowania krzywymi trzeciego stopnia dla 15 punktów

Dopasowania funkcji trzeciego stopnia zrealizowano z uwzględnieniem stałych wartości niepewności  $u(y_i) = 0,0001 \text{ mV/V}$  w równaniu (4). Otrzymano zależności czasowe dopasowania metodami OLS i WTLS, które przedstawiono graficznie na rys. 14–17 (linia ciągła obrazuje dopasowanie metodą WTLS, a linia kreskowa dopasowanie metodą OLS).

Dla przybliżonego dopasowania z niepewnościami  $u(t_i) = 0,3 \text{ s}$ ,  $u(y_i) = 0,0001 \text{ mV/V}$  otrzymano następujące parametry dla funkcji  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$

1. dla niskiego poziomu sygnału

$$b_3 = 1,98 \times 10^{-9}, b_1 = -5,54 \times 10^{-5}, b_0 = 3,72 \times 10^{-3}.$$

Funkcja kryterialna dla niskiego poziomu sygnału wynosi

$$\phi_{w\epsilon} \approx 1,16 \text{ (rys. 14)}.$$

2. dla wysokiego poziomu:

$$b_3 = -2,1 \times 10^{-9}, b_1 = 2,49 \times 10^{-6}, b_0 = 1,0468.$$

Funkcja kryterialna dla wysokiego poziomu sygnału wynosi

$$\phi_{w\epsilon} \approx 8,22 \text{ (rys. 15)}.$$

Otrzymano następujące parametry dla funkcji

$$y = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$$

1. dla niskiego poziomu sygnału – dopasowanie metodą WTLS:

$$a_3 = 6,5 \times 10^{-9}, a_2 = -9,81 \times 10^{-7}, a_1 = 1,125 \times 10^{-5}, a_0 = 2,36 \times 10^{-3}.$$

Funkcja kryterialna dla niskiego poziomu sygnału wynosi

$$\phi_{w\epsilon} \approx 1,61 \text{ (rys. 16)}.$$

2. dla wysokiego poziomu sygnału:

$$a_3 = -6,2 \times 10^{-9}, a_2 = -6,014 \times 10^{-7}, a_1 = 1,042 \times 10^{-5}, a_0 = 1,0469.$$

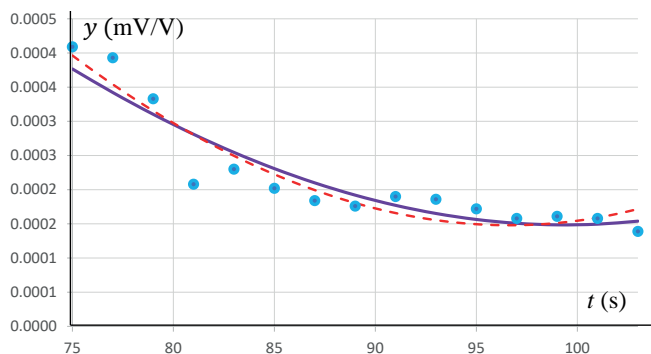
Funkcja kryterialna dla wysokiego poziomu sygnału wynosi

$$\phi_{w\epsilon} \approx 9,17 \text{ (rys. 17)}.$$

### 12. Podsumowanie

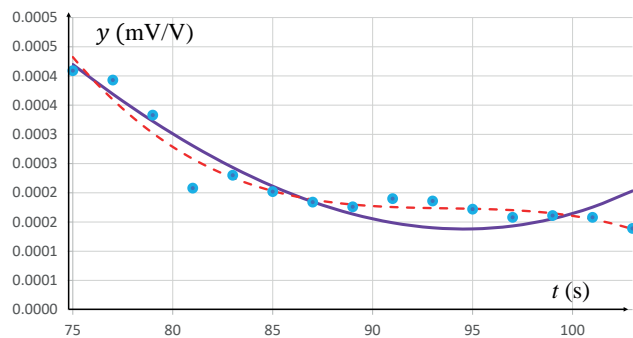
Przeprowadzona analiza zjawiska pełzania występującego w przetworniku momentu siły opiera się na metodzie najmniejszych kwadratów z wykorzystaniem regresji wielomianowej i liniowej. W tym celu wykorzystano zarówno funkcję liniową o dwóch parametrach, która reprezentuje kierunek pełzania w każdym punkcie pomiarowym, jak i funkcję wielomianową trzeciego stopnia o trzech i czterech parametrach. Funkcje wielomianowe trzeciego stopnia, dzięki posiadaniu punktów siodłowych, uwzględniają nieliniowe efekty zależności sygnału od czasu. Dla punktów pomiarowych pod obciążeniem w większości przypadków jest to tendencja rosnąca, natomiast dla punktów pomiarowych bez obciążenia nie można wyróżnić wyraźnego trendu. Dalsza analiza linii najlepszego dopasowania wskazuje, że rozrzut danych wokół tej linii nie jest losowy, lecz wykazuje wyraźną tendencję. Zwiększenie precyzji dopasowania do 15 punktów pomiarowych (charakteryzujące się niższymi wartościami funkcji kryterialnej) uzyskuje się poprzez zastosowanie pierwszego splajnu. Natomiast, w przypadku potrzeby dopasowania do 16 punktów pomiarowych, w tym jednego znacząco odstającego, bardziej odpowiednim wyborem jest drugi splajn.

Przy doborze parametrów dla określonej funkcji regresji niezbędne są zmierzone wartości punktów pomiarowych i oszacowana niepewność. Złożoną niepewność standardową związaną



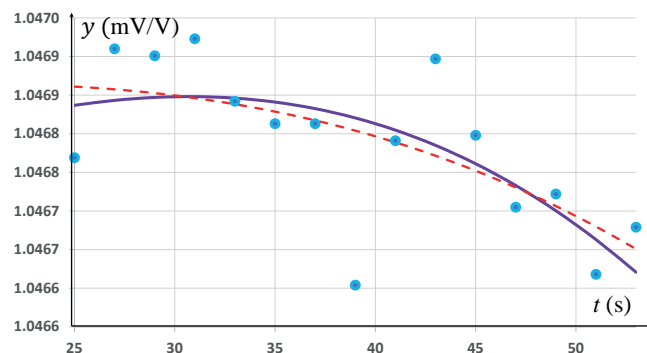
Rys. 14. Dopasowanie funkcją  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  dla niskiego poziomu sygnału

Fig. 14. Fitted tertiary curve  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  for low signal level



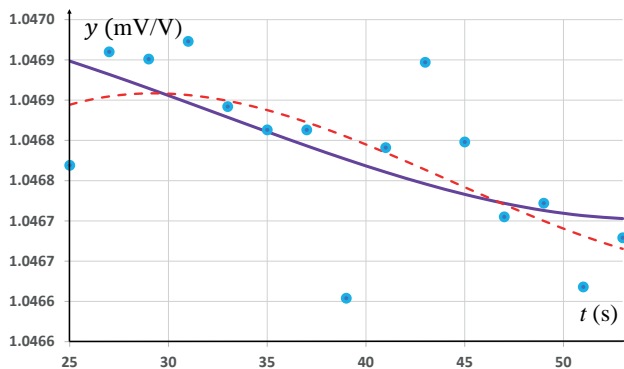
Rys. 16. Dopasowanie funkcją  $y = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$  dla niskiego poziomu sygnału

Fig. 16. Fitted tertiary curve  $y = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$  for low signal level



Rys. 15. Dopasowanie funkcją  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  dla wysokiego poziomu sygnału

Fig. 15. Fitted tertiary curve  $y = b_3t^3 + b_1t + b_0$  for high signal level



Rys. 17. Dopasowanie funkcją  $y = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$  dla wysokiego poziomu sygnału

Fig. 17. Fitted tertiary curve  $y = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$  for high signal level



z pojedynczym punktem pomiarowym wyznacza się na podstawie ośmiu składowych jej równania. Ze względu na podobieństwo mechaniczne badanego przetwornika momentu siły  $2\text{ kN} \cdot \text{m}$  do przetwornika momentu siły  $5\text{ MN} \cdot \text{m}$ , zaproponowane algorytmy mogą być przydatne do optymalizacji sygnału pełzania i jego niepewności dla przetworników podobnych mechanicznie.

Przetworniki momentu siły są istotnymi elementami w zastosowaniach związanych z energią wiatrową, ułatwiając precyzyjny pomiar i kontrolę momentu siły w turbinach wiatrowych. Czułość, wartość nominalna, dokładność, niezawodność, trwałość i czas reakcji to kluczowe parametry przetwornika. Przy ocenie przydatności przetwornika momentu siły do zastosowań dynamicznych lub przy zadaniach wymagających dużej precyzji, np. w sektorze energetyki wiatrowej, muszą być znane właściwości zjawiska pełzania. Informacje te można wykorzystać do optymalizacji wydajności turbiny wiatrowej poprzez regulację jej działania, uzależnioną od zmieniających się warunków wietrznych.

Zastosowane algorytmy są istotnymi narzędziami stosowanymi do analizy i interpretacji uzyskanych danych z przetworników momentu siły lub przetworników momentu obrotowego. Algorytmy te umożliwiają identyfikację i określenie ilościowe zjawiska pełzania, które może mieć znaczący wpływ na dokładność i wiarygodność pomiarów momentu siły. Dzięki zastosowaniu zaawansowanych algorytmów możliwa jest analiza danych pomiarowych uzyskanych z przetworników w celu skorygowania efektów pełzania. Algorytmy te umożliwiają oszacowanie rzeczywistych wartości momentu siły przez kompensację błędów wywołanych pełzaniem, zwiększając w ten sposób dokładność i niezawodność pomiaru tego momentu.

Artykuł zawiera obszerne informacje przedstawione w publikacji autorów, przywołanej na ostatniej pozycji listy bibliograficznej [20].

## Podziękowania

Autorzy dziękują p. Kamilowi Cybulowi za pomoc w badaniach przetwornika momentu siły. Praca częściowo była wykonana w ramach projektu EMPIR JRC 19ENG08 „Traceable mechanical and electrical power measurement for efficiency determination of wind turbines” WinDEFICY, w latach 2020–2023.

## Bibliografia

- Bruga A., *Creep measurements in reference torque calibration machines*. Proceedings of the IMEKO 2010: TC3, TC5 and TC22 Conferences, Pattaya, Thailand, 22–25 November 2010.
- Woźniak M., Röske D., *Investigation of the calibration and measurement capabilities of the new 5 kN m torque calibration machine at GUM*. Proceedings of the XXI IMEKO World Congress, Measurement in Research and Industry, Prague, Czech Republic, 30 August–4 September 2015.
- Fidelus J., Cybul K., *Study on short-term creep effect and hysteresis for the HMB Z4A force transducer under compressive and tensile forces*, “Acta IMEKO”, Vol. 9, No. 5, 2020, 137–142, DOI: 10.21014/acta\_imeko.v9i5.956.
- Fidelus J., Puchalski J., Trych-Wildner A., Weidinger P., *The creep behavior of a 2 kN m torque transducer tested at GUM and PTB*. Proceedings of the 2023 14<sup>th</sup> International Conference on Measurement, Smolenice, Slovakia, 29–31 May 2023, DOI: 10.23919/MEASUREMENT59122.2023.10164420.
- Martinez M., Reigosa D., Fernandez D., Briz F., *Comparative Analysis of High Frequency Signal Injection Based Torque Estimation Methods for SPMSM, IPMSM and SynRM*. “Energies”, Vol. 13, No. 3, 2020, DOI: 10.3390/en13030592.
- Khaled K.M., Roske D., Abuelezz A.E., El-Sherbiny M.G., *The influence of temperature and humidity on the sensitivity of torque transducers*. “Measurement”, Vol. 94, 2016, 186–200, DOI: 10.1016/j.measurement.2016.07.028.
- Sander J., Kumme R., Tegtmeier F.L., *Creep Correction Method for Force Applications*, IMEKO 2022: TC3, 14<sup>th</sup> TC5, 6<sup>th</sup> TC16 and 5<sup>th</sup> TC22 International Conference, Cavtat-Dubrovnik, Croatia. DOI: 10.21014/tc3-2022.082.
- Fidelus J.D., Puchalski J.G., Trych-Wildner A., Urbański M., Weidinger P., *Estimation of Uncertainty for the Torque Transducer in MNm Range – Classical Approach and Fuzzy Sets*. “Energies”, Vol. 16, No. 16, 2023, DOI: 10.3390/en16166064.
- Fotowicz P., *Obliczanie niepewności rozszerzonej metodą analityczną opartą na splocie rozkładów wielkości wejściowych*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 8, Nr 1, 2005, 5–9.
- Allan D., Hellwig H., Kartaschoff P., Vanier J., Vig J., Winkler G.M., Yannoni N.F., *Standard Terminology for Fundamental Frequency and Time Metrology*. Proceedings of the 42<sup>nd</sup> Annual Frequency Control Symposium, Baltimore, MD, USA, 1–3 June 1988, 419–425, DOI: 10.1109/FREQ.1988.27634.
- Dennis J.E., Schnabel R.B., *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*. SIAM 1996 reproduction of Prentice-Hall, SIAM: Philadelphia, PA, USA 1983, DOI: 10.1137/1.9781611971200.
- Fletcher R., *Practical Methods of Optimization*. 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley and Sons: New York, NY, USA 1987, DOI: 10.1002/9781118723203.
- Levenberg K.A., *A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares*. “Quarterly of Applied Mathematics”, Vol. 2, 1944, 164–168, DOI: 10.1090/qam/10666.
- Marquardt D., *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*. “Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics”, Vol. 11, No. 2, 1963, 431–441.
- Kanzow C.H., Yamashita N., Fukushima M., *Levenberg-Marquardt methods with strong local convergence properties for solving nonlinear equations with convex constraints*. “Journal of Computational and Applied Mathematics”, Vol. 172, No. 2, 2004, 375–397, DOI: 10.1016/j.cam.2004.02.013.
- Teunissen P., *Applications of Linear and Nonlinear Models: Fixed Effects, Random Effects, and Total Least Squares*. “Journal of Spatial Science”, Vol. 58, No. 2, 2013, 339–340, DOI: 10.1080/14498596.2013.815147.
- Puchalski J.G., *A new algorithm for generalization of least square method for straight line regression in Cartesian system for fully-correlated both coordinates*. “International Journal of Automation, Artificial Intelligence and Machine Learning”, Vol. 2, No. 2, 2021, 20–54, DOI: 10.61797/ijaauml.v2i2.98.
- Puchalski J., Warsza Z.L., *Matching The Parabolic Curve to Both Correlated Coordinates of Tested Points by the Linear Regression Method*. Paris MathMet 2022, EMN Conference Presentations, [www.lne.fr/system/files/pdf/MATHMET-2022-Presentations-Thursday-3-November.zip].
- Reed B.C., *Linear leastsquares fits with errors in both coordinates. II: Comments on parameter variances*. “American Journal of Physics”, Vol. 60, No. 1, 1992, 59–62, DOI: 10.1119/1.17044.
- Puchalski J.G., Fidelus J.D., Fotowicz P., *Algorithms Utilized for Creep Analysis in Torque Transducers for Wind Turbines*. “Algorithms”, Vol. 17, No. 2, 2024, DOI: 10.3390/a17020077.

# Analysis of Creep in Torque Transducers for Wind Turbine

**Abstract:** A crucial aspect to consider when assessing the effectiveness of wind turbines is the phenomenon of torque creep, both under load and without load. This phenomenon significantly affects the proper functioning of torque transducers, thus necessitating the utilization of suitable algorithms for analysing measurement data. The least squares method is well-suited for this type of analysis. Linear regression was employed to study the creep trend, while a third-degree non-linear polynomial curve enabled a more precise visualization of creep, yielding valuable insights.

**Keywords:** analysis, creep study, torque transducer, least squares method, regression, measurement uncertainty

## dr inż. Jacek Puchalski

j.puchalski@gum.gov.pl

ORCID: 0000-0002-5055-8550

Absolwent Wydziału Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej (1986 r.) oraz Wydziału Elektroniki (1988 r.) Politechniki Warszawskiej. W latach 1987–1995 asystent na Politechnice Warszawskiej, w 1995 r. obronił pracę doktorską. Kolejne 10 lat pracował w branży nowych technologii w firmach produkujących i importujących kasy rejestrujące. Przygotowywał i uczestniczył w certyfikacji nowych modeli kas w Ministerstwie Finansów oraz prowadził szkolenia i serwis urządzeń fiskalnych. Od 2006 r. pracuje w Głównym Urzędzie Miar. Zajmował się zatwierdzeniem typu i oceną zgodności taksometrów elektronicznych i mierników prędkości w ruchu drogowym, a obecnie jako główny metrolog rozwija metody matematyczne szacowania niepewności pomiarowych.



## dr inż. Janusz D. Fidelus

janusz.fidelus@gum.gov.pl

ORCID: 0000-0001-9996-9484

Od 2018 r. pracuje w Głównym Urzędzie Miar, przedstawiciel GUM w KT 314 PKN ds. Nanotechnologii, członek TC5 IMEKO, CCM-WGH, CCM-WGFT. Stopień doktora nauk technicznych w dziedzinie inżynierii materiałowej uzyskał na Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Wiedzę i doświadczenie w zakresie wytwarzania i charakteryzacji materiałów i nanomateriałów funkcjonalnych do zastosowań w technice i medycynie zdobywał podczas zagranicznych stypendiów naukowych (Instytut Naukowy Weizmanna, ETH Zürich) oraz w krajowych instytutach badawczych (IWC PAN, IF PAN) i firmach z prywatnym kapitałem (InPhoTech, PCFS), twórca i współtwórca 11 patentów i siedmiu technologii wytwarzania innowacyjnych materiałów oraz autor i współautor ok. 30 międzynarodowych i krajowych projektów badawczych oraz ponad 50 publikacji w międzynarodowych i krajowych czasopismach naukowych (h-index 12).



## dr inż. Paweł Fotowicz

pawel.fotowicz@gum.gov.pl

ORCID: 0009-0003-9234-2293

Absolwent Politechniki Warszawskiej. Studia ukończył na Wydziale Mechaniki Precyzyjnej w 1981 r. Do 1999 r. pracował w Instytucie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Warszawskiej, specjalizując się w problematyce laserowych technik pomiarowych, będąc współautorem sześciu patentów. Od 1999 r. pracuje w Głównym Urzędzie Miar, zajmując się zagadnieniami teoretycznymi metrologii, głównie teorią niepewności pomiaru. Jest autorem ponad stu publikacji – referatów i artykułów w czasopismach krajowych i zagranicznych.

